

DLR-IB-AT-KP-2017-94

**Implementierung von
Vorentwurfsverfahren für
Wälzlager und Wellen in den
Triebwerks-Gesamtentwurf**

Masterarbeit

Björn Schneider



DLR

**Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt**



Deutsches Zentrum
für Luft- und Raumfahrt
German Aerospace Center

RUHR
UNIVERSITÄT
BOCHUM

RUB

Masterthesis

Name: Björn Schneider
Matrikelnummer: 1080 1427 2841

IMPLEMENTIERUNG VON
VORENTWURFSVERFAHREN FÜR WÄLZLAGER UND WELLEN
IN DEN TRIEBWERKS-GESAMTENTWURF

Betreuer der Arbeit: Prof. Dr.-Ing. Reinhard Mönig
Korreferent: Dr.-Ing. Andreas Döpelheuer

Köln, den 8. Juni 2017

Eidesstattliche Erklärung

Ich erkläre hiermit an Eides statt, dass ich die vorliegende Masterthesis selbständig und ohne unzulässige fremde Hilfe angefertigt habe. Die verwendeten Literaturquellen sind im Literaturverzeichnis vollständig zitiert.

Köln, den 8. Juni 2017

Ort, Datum

Björn Schneider

Aufgabenbeschreibung

Implementierung von Vorentwurfsverfahren für Wälzlager und Wellen in den Triebwerks-Gesamtentwurf

Im Institut für Antriebstechnik des Deutschen Zentrum für Luft- und Raumfahrt (DLR) werden Methoden für den Vorentwurf von Luftfahrtantrieben entwickelt und angewandt. Neben den aerodynamischen Komponenten eines Triebwerks (zum Beispiel Verdichter, Brennkammer, Turbine) werden zunehmend mechanische Bauteile wie z.B. Scheiben und Getriebe betrachtet.

Zur Verbesserung dieser Methoden sollen auch Lagerungen und Wellen auf Vorentwurfsniveau bestimmt werden. Hierzu ist zunächst eine Literaturrecherche durchzuführen, in der Hintergrundinformationen und Berechnungsmethoden ermittelt werden. Aufbauend auf dieser ist ein Verfahren zur Abschätzung von Geometrie und Gewicht von Wälzlagern zu entwerfen. Dieses soll dann zusammen mit einem bereits vorhandenen Wellenauslegungsverfahren in die Triebwerksvorentwurfsumgebung GTlab integriert werden. Im Anschluss sind die gewählten Verfahren zu validieren.

Somit ergeben sich folgende Arbeitsschritte:

1. Literaturstudie: Studieren der Grundlagen von Wälzlagern und Wellen sowie eruieren von etwaigen Verfahren zur Abschätzung von Gewicht und Geometrie
2. Modellierung: Entwicklung eines Verfahrens zur Abschätzung von Geometrie und Gewicht von Wälzlagern; Umsetzung des Verfahrens in der Programmiersprache C++
3. Implementierung: Integration der Wälzlager- und Wellenvorentwurfsverfahren in GTlab
4. Anwendung: Validierung der entwickelten Verfahren und Durchführung von Parameterstudien
5. Dokumentation der durchgeführten Arbeiten

Kurzfassung

Wälzlager:

Im Zuge dieser Arbeit sind zwei Verfahren zur Gewichtsabschätzung von Wälzlagern entworfen worden.

Das erste Abschätzungsverfahren basiert auf vom Lagertyp abhängigen Korrelationen. Bei diesem Verfahren müssen der Lagertyp und der Lagerinnendurchmesser als Eingangsparameter festgelegt werden. Mit dem Lagerinnendurchmesser kann dann die zur Gewichtsschätzung benötigte Breite und Außendurchmesser des Lagers geschätzt werden. Diese Angaben reichen aus, um über eine Korrelation das Lagergewicht abzuschätzen. Falls zusätzlich die Lagerbreite und der Außendurchmesser bekannt sind, kann durch die präzisere Lagerbeschreibung das Gewicht mit einem relativen Fehler von unter $\pm 15\%$ bestimmt werden.

Das zweite Verfahren liefert wesentlich genauere Ergebnisse, da es die Möglichkeit bietet konkret existierende Lager auszuwählen. Als Eingabewerte müssen hierzu neben dem Lagertyp die angreifenden Lagerkräfte, die charakteristische Drehzahl, die gewünschte Lebensdauer und Tragsicherheit, die Ausfallwahrscheinlichkeit und optional die Lagermaße vorgegeben werden. Hiermit können die erforderlichen Tragzahlen abhängig vom Lagertyp ermittelt werden. Ein Abgleich dieser Kennzahlen mit den Lagerspezifikationen der Hersteller ermöglicht die Auswahl eines geeigneten Lagers. Für diese Berechnung müssen allerdings zunächst einige Größen für die Lagertypen Rillenkugel- und Pendelrollenlager geschätzt werden. Diese Unsicherheiten lassen sich nach der Lagerwahl ausräumen indem die Berechnung erneut mit den Herstellerangaben durchgeführt wird. Um die Vorauswahl für den Anwender zu vereinfachen, wurde das Programm um eine interne Lagerdatenbank erweitert. Aus dieser Datenbank werden Lager ausgewählt, die den geforderten Belastungen standhalten und zusätzlich den (optional) angegebenen geometrischen Vorgaben entsprechen. Die hieraus erzeugte Liste enthält zur besseren Beurteilung die rechnerisch erreichten statischen Tragsicherheiten und Lebensdauern. Somit liefert dieses Verfahren durch die Ausgabe von konkreten Lagerdaten exakte Gewichte, wozu allerdings eine detaillierte Beschreibung des Systems benötigt wird.

Die beiden Verfahren sind nach der Entwicklung und Validierung in C++ umgesetzt worden. Im Anschluss wurden diese dann in die Triebwerksvorentwurfsumgebung GTlab implementiert.

Wellen:

Bei der Wellenbetrachtung wird auf ein vorhandenes Berechnungsprogramm (Wellenberechnungstool) zurückgegriffen, welches zu Beginn dieser Arbeit noch nicht in GTlab

implementiert war. Dieses Programm berechnet innere Spannungen und die daraus resultierenden Verformungen von rotationssymmetrischen Wellen. Für die Integration des Wellentools muss eine grafische Benutzeroberfläche (GUI) entworfen und eine Schnittstelle zu GTlab geschaffen werden, wodurch die Eingabe und Verwaltung der zur Wellenberechnung benötigten Informationen ermöglicht wird. Hierzu gehören Angaben über die Wellentopologie, die angreifenden Belastungen und das verwendete Material. Diese Daten müssen dann in ein Format überführt werden, welches das bestehende Wellenberechnungstool verarbeiten kann. Aus der Wellentopologie wird mithilfe eines ersten Programnteils, dem "shaftConstructor", eine Datei generiert, die eine vollständige Wellenkonturbeschreibung enthält. Dazu wird aus festgelegten Stützpunkten (Wellentopologie), die die Profildicke, die Lage und mögliche Kraftaufnahmemöglichkeiten (Lager) beinhalten, eine zweidimensionale Kontur erzeugt, welche durch Rotation um die Mittelachse zu einem dreidimensionalen Körper wird. All diese Informationen werden dann von dem Berechnungstool eingelesen. In diesem wird über den erzeugten Rotationskörper ein Gitternetz gelegt, welches die Welle in sogenannte Finite Elemente (FE) aufteilt. Anschließend wird unter Berücksichtigung der Randbedingungen, die in den Eingabedateien hinterlegt wurden, die Spannungen und Verformungen jedes Elements berechnet. Aus diesen Berechnungsgrößen werden im letzten Berechnungsschritt die maximal auftretenden Vergleichsspannungen und die Auslenkungen an den angeschlossenen Rotorscheiben ermittelt und ausgegeben.

Nachdem das Wellenberechnungstool erfolgreich in GTlab implementiert worden ist, wurden die Ergebnisse der Berechnungen validiert und einige Parameterstudien erstellt. Mithilfe der hieraus gewonnenen Erkenntnisse ist dann eine Gewichtsoptimierung von einem Wellen-Lager-System durchgeführt worden. Hierzu wurde das Wellenberechnungstool in GTlab mit dem zuvor erstellten Abschätzungsverfahren für Lagergewichte gekoppelt und konstruktive Randbedingungen festgelegt.

Es ist somit gelungen ein Verfahren zur Gewichtsabschätzung von Wellen-Lager-Systemen zu entwickeln, welches durch die Implementierung in GTlab zur Vorauslegung von Triebwerken genutzt werden kann.

Inhaltsverzeichnis

Eidesstattliche Erklärung	I
Aufgabenbeschreibung	II
Kurzfassung	III
Abbildungsverzeichnis	VIII
Tabellenverzeichnis	XI
Quelltextverzeichnis	XII
Glossar und Abkürzungsverzeichnis	XV
1 Einleitung	1
2 Grundlagen	3
2.1 Bauteilbeschreibung	3
2.1.1 Wellen	3
2.1.2 Wälzlager	3
2.1.3 Gleitlager	10
2.1.4 Magnetlager	11
2.2 Wellenberechnung	11
2.2.1 Grundbegriffe	12
2.2.2 Belastungsarten	14
2.2.3 Kräfteberechnung	15
2.2.4 Überschlägige Wellenauslegung	19
2.2.5 Festigkeitsnachweis	20
2.2.6 Elastisches Wellenverhalten	24
2.3 Wälzlagerberechnung	26
2.3.1 Statisch äquivalente Beanspruchung	26
2.3.2 Statische Tragfähigkeit	27
2.3.3 Dynamisch äquivalente Beanspruchung	28
2.3.4 Lebensdauer	30
2.3.5 Vorauswahl der Lagergröße	31
2.4 Wellen und Wälzlager in Triebwerken	31
2.4.1 Wellen	31
2.4.2 Triebwerkslagerung	32
2.4.3 Planetenradgetriebe	34

3 Vorentwurf von Wälzlagern - Verfahrensentwicklung und Umsetzung	36
3.1 Gewichtsabschätzung	36
3.1.1 Korrelationsentwicklung	36
3.1.2 Korrelationserstellung	46
3.1.3 Validierung der Korrelationen	52
3.1.4 Resümee der Korrelationserstellung	54
3.1.5 Entwicklung eines Berechnungsprogramms	55
3.2 Lagervorauswahl	57
3.2.1 Randbedingungen	57
3.2.2 Programmbeschreibung	58
3.2.3 Validierung	59
4 Vorentwurf von Wellen - Integration eines Wellenauslegungstools	61
4.1 Funktion und Aufbau des Wellenauslegungstools	61
4.2 Parametrisierung der Welle	62
4.2.1 Inputdatei des Programmtteils "shaftCalculator"	63
4.2.2 Inputdateien der Prozesskette Wellenberechnung	65
4.3 Implementierung des Wellenauslegungstools	65
4.3.1 Erstellen eines Programmkonzepts	65
4.3.2 Eingabemaske für den Wellenvorentwurf	67
4.4 Validierung des Wellentools	68
4.5 Berechnungsautomatisierung mit dem Programm "RCE"	69
4.6 Parameterstudie	70
4.6.1 Variation der Profildicke	71
4.6.2 Variation des Wellenradius	73
4.6.3 Variation der Lagerpositionen	76
4.6.4 Variation von Wellenradius und Profildicke:	82
4.7 Gewichtsoptimierung eines Wellen-Lager-Systems	85
5 Zusammenfassung und Ausblick	91
Literatur	93
Anhang	95
A Zusätzliche Unterlagen zu den erstellten Programmen	96
A.1 Klassendiagramme und Eingabemasken	96
A.1.1 Aufbau der Klassendiagramme	96
A.1.2 Gewichtsabschätzung	97
A.1.3 Lagervorauswahl	99
A.2 Wellenauslegung	102
B Ausführliche Validierungsergebnisse der Lagervorauswahl	108
B.1 Rillenkugellager	108
B.2 Zylinderrollenlager	111
B.3 Pendelrollenlager	111
B.4 Vierpunktlager	111
B.5 Referenzberechnungstool - Ausgabebeispiel	112

B.6	Lagervorauswahltool - Ausgabebeispiel	115
B.7	Dateien zur Wellenvorauslegung	116
B.7.1	ShaftConstructor - Inputdatei	116
B.7.2	Wellenberechnung - Inputdateien	120
B.7.3	Wellenberechnung - Outputdatei	122
B.8	Parameterstudie - Pythonskript	123

Abbildungsverzeichnis

2.1	Wälzlageraufbau	4
2.2	Wälzkörperformen	6
2.3	Flächenpressung bei Zylinderrollen	6
2.4	Schnittdarstellung eines Rillenkugellagers	7
2.5	Schnittdarstellung eines Zylinderrollenlagers	7
2.6	Schnittdarstellung eines Pendelrollenlagers	7
2.7	Schnittdarstellung eines Vierpunktlagers	8
2.8	Normbezeichnungen von Wälzlagern	9
2.9	Hydrodynamischer Gleitlagerreibungsverlauf	10
2.10	Zeichnung eines statisch bestimmten Systems	16
2.11	Zeichnung eines statisch unbestimmten Systems	17
2.12	Festigkeitsnachweis - Angenäherter dynamischer Belastungsverlauf . . .	22
2.13	Festigkeitsnachweis - Äquivalente Belastungen	22
2.14	Triebwerkslager	32
2.15	Schnittdarstellung eines dreiwelligen Triebwerks	33
2.16	Planetenradgetriebe	34
2.17	Getriebe des TP400	35
3.1	Direkter Gewichtsbezug - Gewicht über den Wellendurchmesser	38
3.2	Direkter Gewichtsbezug - Gewicht über das Ringvolumen	39
3.3	Direkter Gewichtsbezug - Korrelationsabweichungen	40
3.4	Fiktive Dichte - Verteilung der fiktiven Dichte über den Wellendurchmesser	41
3.5	Fiktive Dichte - Verteilung der fiktiven Dichte über das Ringvolumen . .	42
3.6	Fiktive Dichte - Korrelationsabweichungen	43
3.7	Erweiterte fiktive Dichte - Fiktive Dichte über linearer Durchmesserdif- ferenz bezogen auf lineare Breite	44
3.8	Erweiterte fiktive Dichte - Fiktive Dichte über quadratischer Durchmes- serdifferenz bezogen auf lineare Breite	45
3.9	Erweiterte fiktive Dichte - Korrelationsabweichungen	45
3.10	Dichteverläufe der Korrelationen des Ansatzes - Fiktive Dichte	46
3.11	Korrelationsabweichungen bei Rillenkugellagern	47
3.12	Korrelationsabweichungen bei Zylinderrollenlagern	48
3.13	Korrelationsabweichungen bei Pendelrollenlagern	49
3.14	Korrelationsabweichungen bei Vierpunktlagern	50
3.15	Dichteverläufe der übertragenden Korrelationen	52
3.16	Abweichung der Rillenkugellagerkorrelation bei nicht berücksichtigten Lagerdaten	53
3.17	Abweichung der Zylinderrollenlagerkorrelation bei nicht berücksichtigten Lagerdaten	53
3.18	Abweichung der Pendelrollenlagerkorrelation bei nicht berücksichtigten Lagerdaten	54

3.19	Flussdiagramm des Programms zur Gewichtsabschätzung	56
3.20	Flussdiagramm des Lagervorauswahlprogramms	59
4.1	Flussdiagramm des Wellentools	62
4.2	Darstellung der Wellentopologie	63
4.3	Flussdiagramm der Wellenberechnung	66
4.4	Eingabemaske für die Wellenberechnung	67
4.5	Gewählte Wellenbasisgeometrie für die Parameterstudien	70
4.6	Die maximal auftretende Vergleichsspannung und das Gewicht bei Variation der Profildicke	71
4.7	Axiale Auslenkung bei Variation des Tie-Radius	72
4.8	Radiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation des Tie-Radius . .	72
4.9	Die maximal auftretende Vergleichsspannung und Gewicht bei Variation des Wellenradius	73
4.10	Axiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation des Wellenradius . .	74
4.11	Wellengeometrien bei der Variation des Wellendurchmessers	75
4.12	Radiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation des Wellenradius .	75
4.13	Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation der Festlagerposition	76
4.14	Axiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation der Festlagerposition	77
4.15	Radiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation der Festlagerposition	78
4.16	Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation der Loslagerposition	78
4.17	Axiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation der Loslagerposition	79
4.18	Radiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation der Loslagerposition	80
4.19	Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation der Fest- und Loslagerposition	80
4.20	Axiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation der Fest- und Loslagerposition	81
4.21	Radiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation der Fest- und Loslagerposition	81
4.22	Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation des mittleren Wellen- und Tie-Radius	82
4.23	Axiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation des Wellen- und Tie Radius	83
4.24	Radiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Variation des Wellen- und Tie Radius	84
4.25	Wellengeometrie für die Optimierungen des Wellen-Lager-Systems . . .	85
4.26	Randgeometrien der Wellen bei der Optimierung des Wellen-Lager-Systems	86
4.27	Berechnete Wertekombinationen bei der Optimierung des Wellen-Lager-Systems	87
4.28	Maximal auftretende Vergleichsspannung bei Optimierung des Wellen-Lager-Systems	88
4.29	Axiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Optimierung des Wellen-Lager-Systems	88
4.30	Radiale Auslenkung der Rotorscheiben bei Optimierung des Wellen-Lager-Systems	89

4.31	Gewicht der Wellen und Lager	89
4.32	Systemgewicht	90
A.1	Beispiel für ein Klassendiagramm	96
A.2	Eingabemaske Gewichtsabschätzung	97
A.3	Gewichtskorrelation Klassendiagramm	98
A.4	Eingabemaske Lagervorauswahl	99
A.5	LoadFactor - Klassendiagramm	100
A.6	BearingData - Klassendiagramm	101
A.7	Wellenvorauslegung - Eingabefelder für die Stützstellen	102
A.8	Wellenvorauslegung - Eingabefelder für Rotorscheiben	104
A.9	Wellenvorauslegung - Eingabefelder für Connections	105
A.10	Wellenvorauslegung - Eingabefelder für Materialeigenschaften	106
A.11	Klassendiagramm Wellenauslegungstool-Inputdateien	107
B.1	Abweichung bei der Lagervorauswahl	110
B.2	Onlineberechnung - Ausgabebeispiel	114
B.3	Lagervorauswahltool - Ausgabebeispiel	115

Tabellenverzeichnis

2.1	Druckwinkel der verschiedenen Lagertypen	5
2.2	Normbezeichnung - Lagertypdefinition	9
2.3	Lösung des statisch bestimmten Systems	16
2.4	Gleichungen zur fertigungsbedingten Anpassung der Werkstoffkennwerte	21
2.5	Gleichungen zur Ermittlung der Fließgrenze	21
2.6	Gleichungen zur Ermittlung der Dauerfestigkeit	23
2.7	Gleichungen zur Ermittlung der statisch äquivalenten Lagerbelastung bei Rillenkugellagern	26
2.8	Richtwerte für die Tragsicherheit	27
2.9	Gleichungen zur Ermittlung der dynamisch äquivalenten Lagerbelastung bei Rillenkugellagern	28
2.10	Hilfsgrößen zur Bestimmung der dynamisch äquivalenten Lagerbelastung bei Rillenkugellagern	28
2.11	Zulässige Axiallasten bei Rillenkugellagern	29
2.12	Gleichungen zur Ermittlung der äquivalenten Lagerbelastungsberechnung für Pendelrollenlager	29
2.13	Gleichungen zur Ermittlung der dynamisch äquivalenten Lagerbelastungsberechnung für Vierpunktlager	30
2.14	Temperaturfaktoren zur Berechnung der erweiterten Lebensdauer	30
2.15	Ausfallwahrscheinlichkeitsfaktor zur Berechnung der erweiterten Lebensdauer	30
3.1	Direkter Gewichtsbezug - Statistische Größen der Korrelationen	40
3.2	Fiktive Dichte - Statistische Größen der Korrelationen	42
3.3	Statistische Größen der Gewichtskorrelationen	51
3.4	Korrelationen zur Berechnung der Lagerbreite und des Bohrungsdurchmessers	56
4.1	Optimierungsergebnisse	90
A.1	Benötigte Eingabewerte für die Lagergewichtskorrelationen	98
A.2	Wellenbeschreibung: SplitPoint Definition	103
A.3	Eingabemaske: Bearing Definition	103
A.4	Eingabemaske: Rotorscheiben Definition	104
A.5	Eingabemaske: Connection Definition	105
B.1	Validierung der Lagervorauswahl - Rillenkugellager "6020"	109
B.2	Validierung der Lagervorauswahl - Rillenkugellager "6220"	109
B.3	Abweichung der statischen Tragzahl	110
B.4	Validierung der Lagervorauswahl - Zylinderrollenlager "NU220-E-TVP2"	111
B.5	Validierung der Lagervorauswahl - Pendelrollenlager "22220-E1"	111
B.6	Validierung der Lagervorauswahl - Vierpunktlager "QJ320-N2-MPA"	111

Quelltextverzeichnis

B.1	"shaftConstructor" Input-Datei	116
B.2	"shaftConstructor" Output-Datei	117
B.3	Material Input-Datei	120
B.4	Rotorscheiben Input-Datei	121
B.5	Wellenberechnung Output-Datei	122
B.6	Phythonquelltext zur Automatisierung der Paramerterstudien	123

Glossar und Abkürzungsverzeichnis

Abkürzungen

Abb.	Abbildung
bspw.	Beispielsweise
bzw.	Beziehungsweise
DLR	Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt
FE	Finite Elemente
GEH	Gestaltänderungsenergiehypothese
GTLab	Triebwerksorentwurfsumgebung (gas turbine laboratory)
GUI	Grafische Benutzeroberfläche (graphical user interface)
Kap.	Kapitel
n.a.	Nicht verfügbar (not available)
NH	Normalspannungshypothese
RCE	Programm zur Prozesssteuerung (remote component environment)
s.	Siehe
SH	Schubspannungshypothese
Tab.	Tabelle
vgl.	Vergleiche

Formelzeichen

β	Lastwinkel [°]
η	Wirkungsgrad [-]
μ	Reibungskoeffizient [-]
ν	Poissonzahl (Querkontraktionszahl) [-]
ω	Winkelgeschwindigkeit [s ⁻¹]
Ψ	Mittelspannungsempfindlichkeit [-]
σ	Spannung $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
τ	Scherspannung $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right]$
ε	Relative Verformung [-]
φ	Verdrillung [rad]
ϱ	Dichte $\left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$
A	Fläche [m ²]
a	spezifische Schaufelarbeit $\left[\frac{\text{Nm}}{\text{kg}} \right]$ oder Hilfsgröße zur Lebensdauerberechnung von Lagern [-]
A^2	Abweichung vom arithmetischen Mittel [n.a.]
a_M	Hilfsgröße zur Festigkeitsberechnung $\left[\frac{\text{mm}^2}{\text{N}} \right]$
B	Lagerbreite [m]

b_M	Hilfsgröße zur Festigkeitsberechnung [-]
C	Tragzahl [N]
c	Geschwindigkeit $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
D	Bohrungsdurchmesser [m]
d	Durchmesser [m]
E	Elastizitätsmodul (E-Modul) $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
e	Hilfsgröße zur Lagerauslegung [-]
f_0	Hilfsgröße zur Berechnung der äquivalenten Lagerbelastung [-]
f_t	Temperaturfaktor [-]
G	Schubmodul $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
H	Flächenmoment erster Ordnung $[\text{m}^3]$
I	Flächenmoment zweiter Ordnung $[\text{m}^4]$
K_A	Anwendungsfaktor [-]
K_D	Konstruktionsfaktor [-]
K_t	Technologischer Größeneinflussfaktor [-]
l	Länge [m]
L_{10h}	Nominelle Lebensdauer [h]
L_{10}	Nominelle Lebensdauer $[10^6 \text{ Umdrehungen}]$
M	Drehmoment [Nm]
m	Masse [kg]
n	Drehzahl $[\text{s}^{-1}]$
P	Äquivalente Kraft [N] oder Leistung [W]
p	Druck [Pa] oder relative Massenabweichung [%]
p_{ex}	Lebensdauerexponent (Kugellager: 3 und Rollenlager: 10/3) [-]
Q	Querkraft [N]
R	Radius [m]
r	Radius [m]
R^2	Quadrierte Residuen [n.a.]
r^2	Bestimmtheitsmaß [-]
R_m	Streckgrenze $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
$R_{p0,2}$	Dehngrenze bei 0,2 % plastischer Verformung $\left[\frac{\text{N}}{\text{mm}^2}\right]$
S	Statische Tragsicherheit [-]
s	Schwerpunktslage [m]
T	Torsion [Nm] oder Temperatur [K]
t	Zeit [s]
V_{Ring}	Ringvolumen $[\text{m}^3]$
W	Widerstandsmoment $[\text{m}^3]$
w	Auslenkung [m]
X	Radiale Hilfsgröße zur Berechnung der äquivalenten Belastung [-]
Y	Axiale Hilfsgröße zur Berechnung der äquivalenten Belastung [-]
z	Standardabweichung [-]
F	Kraft [N]

Indizes und andere Zusätze

\bar{x}	Mittelwert
-----------------	------------

Δx	Differenz
\dot{x}	Größe auf Zeit bezogen (Ströme)
\hat{x}	Korrelationsergebnis
x'	Ableitung
0	Statisch
a	Axiale Komponente oder Ausschlag
b	Biegebelastet
d	Druck
eq	Äquivalent
erf	Erforderlich
f	Fließ oder Fiktiv
GA	Gestaltausschlag
ges	Gesamt
GW	Gestaltwechsel
i	Laufindex
m	Mittel
max	Maximal
min	Minimal
N	Norm oder Nutz
P	Polare
R	Reib
r	Radiale Komponente
S	Schub
s	Schwerpunkt
t	Tangentiale Komponente oder Torsion
u	Umfangskomponente
v	Vergleichsgröße
W	Wechselbelastet
z	Zug

Kapitel 1

Einleitung

In den vergangenen Jahrzehnten ist das Flugzeug als Fortbewegungsmittel immer wichtiger geworden und dementsprechend ist auch das Flugaufkommen stetig angestiegen. Ausgenommen ist hierbei das Jahr 2009, in diesem stellte sich aufgrund der internationalen Finanzkrise sogar ein Rückgang ein. Aber bereits in den folgenden Jahren wuchs das Aufkommen wieder an, so stieg bspw. zwischen 2014 und 2015 die weltweite Anzahl an beförderten Passagieren um 6,8 % [1]. Aufgrund des immer stärkeren Preiskampfes zwischen den Fluggesellschaften und der Tatsache, dass die Treibstoffkosten einen maßgeblichen Einfluss auf die Betriebskosten haben, steigt die Nachfrage nach effizienteren Triebwerken. Ein weiterer Grund für die Steigerung der Triebwerkseffizienz, sind die immer weiter sinkenden Emissionsgrenzwerte [2].

Bei der Triebwerksentwicklung haben die Einzelkomponenten mittlerweile einen Entwicklungsstand erreicht, mit dem signifikante Verbesserungen nur über die Gesamtbetrachtung des Flugzeugs möglich sind. Dies führt zu einer wesentlich komplexeren Betrachtungsweise, da hierzu die verschiedenen Wechselwirkungen zwischen den Triebwerks- und Flugzeugkomponenten bekannt sein und berücksichtigt werden müssen. Hierzu bietet es sich an Vorauslegungsprogramme zu nutzen. Mit diesen kann das gewünschte System abgebildet und mithilfe von mathematischen Beschreibungen berechnet werden. Damit Optimierungen bei Variation vieler Parameter durchführbar sind, müssen die Programme innerhalb kurzer Zeit Ergebnisse liefern, wodurch bei vielen Komponenten auf vereinfachte Zusammenhänge zurückgegriffen werden muss. Am Deutschen Zentrum für Luft und Raumfahrt (DLR) ist hierzu die Simulations- und Vorentwurfsumgebung GTlab (gas turbine laboratory) entwickelt worden. Diese kann plattformübergreifend sowohl für Flugtriebwerke als auch für Gasturbinen eingesetzt werden. Die drei Hauptmodule von GTlab sind Performance, Sketchpad und PreDesign. Das Performance-Modul wird zur Berechnung der thermodynamischen Größen genutzt. Somit setzt es die Anforderungen an einzelne Komponenten fest und bildet die Basis des Vorentwurfs. Das Sketchpad-Modul ermöglicht mithilfe schneller Berechnungsverfahren und typischer Randbedingungen eine grobe Abschätzung der Geometrien, des Gewichts und der Massenträgheitsmomenten. Zusätzlich ermöglicht dieses Modul die Visualisierung des berechneten Triebwerks. Aufgrund der eben beschriebenen Eigenschaften, fungiert dieses als Schnittstelle zwischen dem Performance- und dem PreDesign-Modul, indem die Einzelkomponenten mit Verfahren höherer Ordnung analysiert werden. Mit dem PreDesign-Modul können einzelne Baugruppen oder Komponenten selektiv präziser berechnet und die daraus resultierenden Auswirkungen auf das Gesamtsystem analysiert werden, diese Methode wird oftmals als "zooming" oder "multi fidelity simulation" bezeichnet. In der Praxis können solche Programme die Entwicklungen beschleunigen, die Potenziale von Konstruktionen abschätzen, Konzept-

te schnell miteinander vergleichen und Fehlentwicklungen frühzeitig stoppen [3] [4] [5].

Einen großen Einfluss auf die Vorauslegung hat die Gewichtsabschätzung, da das Gewicht des Triebwerks sowohl die Konstruktion des Flugzeugrumpfes als auch die Schubanforderung des Triebwerks selbst beeinflusst. Folglich muss eine Verbesserung des thermodynamischen Prozesses bei gleichzeitiger Zunahme des Gewichts nicht zu einer Verbesserung des Gesamtsystems führen. Zur Zeit werden allerdings bei der Vorauslegung in GTlab weder Wellen noch Lager berücksichtigt. Mit dieser Arbeit soll diese Lücke geschlossen werden, um somit die Ergebnisse der Vorentwurfsberechnungen zu optimieren und die Potentiale von Änderungsansätzen besser bewerten zu können. Bei der Erstellung der hierzu notwendigen Verfahren wird darauf geachtet, dass neben der Ergebnisqualität die benötigten Eingabegrößen und die Berechnungszeiten nicht das Vorentwurfsniveau übersteigen.

Kapitel 2

Grundlagen

In dem nun folgenden Kapitel werden die Grundlagen, die zur Bearbeitung der vorliegenden Aufgabenstellung nötig sind, erläutert. Hierzu werden im Abschnitt 2.1 ganz allgemein die Aufgaben und Eigenschaften von Wellen und Lagern beschrieben. Die Abschnitte 2.2 und 2.3 befassen sich mit den dazugehörigen Berechnungsgrundlagen. Im Anschluss daran wird im Abschnitt 2.4 an Beispielen gezeigt, in welcher Form Wellen-Lager-Systeme in Triebwerken verbaut werden können.

2.1 Bauteilbeschreibung

2.1.1 Wellen

Wellen sind Bauteile, die Leistung in Form von Drehmomenten und Drehbewegungen übertragen. Sie können somit als mechanische Kopplung zwischen rotierenden Bauteilen betrachtet werden. Im Triebwerksbau anzutreffenden Wellen sind in den meisten Fällen als Hohlwelle ausgeführt, da durch diese Bauweise erhebliche Gewichtsersparnisse realisiert werden können. So lässt sich beispielsweise 39 % des Gewichts einer Vollwelle einsparen, wenn diese durch eine Hohlwelle mit einem 10 % größeren Außendurchmesser ersetzt wird [6]. Hierdurch lassen sich in mobilen Systemen große Effizienzsteigerungen erreichen. Da die Wellenauslegung stark von der Einbausituation und den daraus resultierenden Belastungen abhängt, gibt es keine standardisierten Lösungen. Deshalb wird auf eine Vertiefung der allgemeinen Wellenausführungen verzichtet und auf die strukturmechanischen Zusammenhänge, die in dem Abschnitt 2.3 vorgestellt werden, verwiesen.

2.1.2 Wälzlager

Wälzlager haben die Aufgabe durch Abrollen von Wälzkörpern eine Verbindung zwischen rotierenden und stillstehenden Bauteilen herzustellen. In diesem Unterabschnitt werden die gängigsten Verfahren vorgestellt und deren Funktionsweisen beschrieben.

2.1.2.1 Aufbau

Der Grundaufbau ist bei den verschiedenen Wälzlagertypen immer gleich, deshalb wird hier mithilfe einer Abbildung eines Rillenkugellagers (Abb. 2.1) der allgemeine Aufbau erläutert.

Wälzlager bestehen im wesentlichen aus Wälzkörpern, einem Käfig, einem Innen- und einem Außenring, in denen jeweils eine Laufbahn eingearbeitet ist. Im Betrieb werden die beiden Ringe mit unterschiedlichen Winkelgeschwindigkeiten bewegt, wodurch die

Wälzkörper in den Laufbahnen zum Abrollen gezwungen werden. Das Gewicht der Welle belastet dabei besonders den Lagerbereich, der in Richtung der wirkenden Gravitation liegt. Hierdurch sind die Wälzkörper im Drehbetrieb einer dauerhaft wechselnden Druckbelastung ausgesetzt. Damit diese die aufgeprägte Belastung ertragen können, sind sie in der Regel entweder aus gehärteten Chromstählen oder einsatzgehärteten Stählen gefertigt. Die Laufbahnen bestehen in der Regel aus den gleichen Materialien, da sie denselben Belastungen standhalten müssen wie die Wälzkörper. Der Käfig umhüllt die Wälzkörper und hat somit einen definierten Abstand zwischen ihnen sicher. Dieser sorgt damit für ein gleichmäßiges Belastungsprofil und stellt die Funktionalität sicher. Gefertigt werden diese in der Regel aus Stahlblech, Messing oder Kunststoff [7].

Neben dem Grundaufbau sind für diese Arbeit die Definitionen des Wellendurchmessers d , des Bohrungsdurchmessers D und die Lagerbreite B wichtig (vgl. Abb. 2.1). Diese Abkürzungen und Benennungen werden in der folgenden Arbeit noch häufiger verwendet.

2.1.2.2 Eigenschaften

Wälzlager zeichnen sich durch geringe Reibungskoeffizienten aus ($\mu = 0,002 \dots 0,01$), die Größe dieser Koeffizienten gehen linear in die Reibungsverluste (Reibleistung) ein:

$$P_R = F_R \cdot v = \mu \cdot F_N \cdot v \quad (2.1)$$

F_N symbolisiert die Normalkraft, die senkrecht auf die Oberfläche wirkt und v die Geschwindigkeit. Die geringen Verluste führen dazu, dass das Anlaufmoment ungefähr dem Betriebsmoment entspricht. Hierdurch entsteht beim Anfahren kein Ruckeln und die betreffende Baugruppe benötigt keine Einlaufzeit bis die gewünschten Betriebseigenschaften erreicht werden. Somit eignen sich Wälzlager besonders für ständig an- und abfahrende Maschinen. Darüber hinaus können sie aufgrund der hohen Anzahl von Anbietern und der Normung leicht beschafft bzw. ausgetauscht werden. Nachteile bei der Verwendung dieses Lagertyps sind bspw. die Stoßempfindlichkeit bei niedrigen Drehzahlen, die schlechte Schwingungsdämpfung und ihre eingeschränkte Lebensdauer durch die dynamisch wechselnden Belastungen. Bei einem Einsatz muss auch beachtet werden, dass jedem Wälzlager eine maximale Drehzahl (Grenzdrehzahl n_G) zugeordnet ist. Wird diese über längere Zeiträume überschritten, führt der direkte Kontakt der Lagerringe und Wälzkörper zu einer unzulässigen Erwärmung des gesamten Lagers. In so einem Fall können die betroffenen Lager nur eingesetzt werden, wenn die Wärme durch eine aktive Kühlung abgeführt wird und die Lagerkomponenten erneut auf ihre Einsatzfähigkeit getestet werden. Dieser zusätzliche Aufwand führt allerdings zu höheren Kosten und einer geringeren Ausfallsicherheit [7] [9].

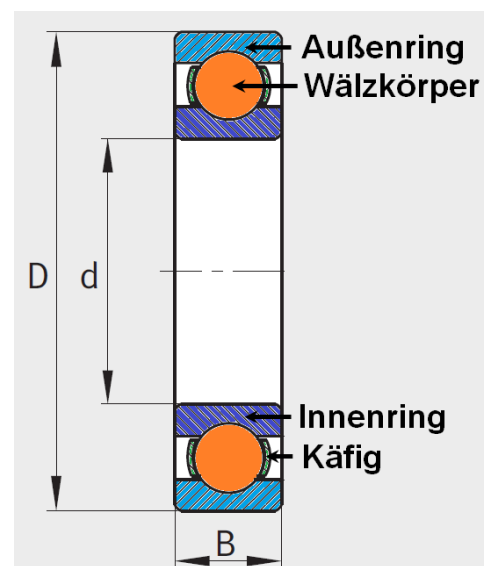


Abbildung 2.1: Wälzlageraufbau [8]

2.1.2.3 Druckwinkel und Lastwinkel

Der Druckwinkel α wird durch den konstruktiven Aufbau festgelegt und beschreibt, welches Kraftverhältnis von Axial- zu Radialkraft optimaler Weise auf das Lager aufgebracht werden sollte. Eine Übersicht, welche Winkel für die verschiedenen Lagerarten üblich sind, kann der Tabelle 2.1 entnommen werden. Der Lastwinkel β berechnet sich aus den im Betrieb tatsächlich angreifenden Kräften, dieser sollte daher möglichst dem Druckwinkel entsprechen.

$$\sin \beta = \frac{F_a}{F_r} \quad (2.2)$$

Um den Krafteinleitungspunkt des Lagers in die Wellen bei Festigkeitsberechnungen zu bestimmen, wird der Druckwinkel α , der im Mittelpunkt des Wälzkörpers anzutragen ist, durch eine gedachte Linie bis auf den Achsmittelpunkt verlängert. Dieser Punkt wird auch als Druckmittelpunkt 0 bezeichnet. In diesem Punkt werden die beiden Lagerkräfte (F_a und F_r) angetragen [7].

Lagertyp	Druckwinkel [°]
Radiallager	
Rillenkugellager	0
Schräggugellager, einreihig	15...40
Schräggugellager, zweireihig	25...40
Pendelrollenlager	5...20
Zylinderrollenlager	0
Nadellager	0
Kegelrollenlager	9...30
Tonnenlager	0
Pendelrollenlager	4...18
Axiallager	
Axial-Rillenkugellager	90
Axial-Schräggugellager	60
Axial-Pendelrollenlager	50
Axial-Zylinderrollenlager	90

Tabelle 2.1: Druckwinkel der verschiedenen Lagertypen [10]

2.1.2.4 Tragzahl

Weitere wichtige Größen für die Lagerbeschreibung sind die statische und dynamische Tragzahl. Die statische Tragzahl C_0 beschreibt, welche Kraft in der Hauptbelastungsrichtung notwendig ist, um eine dauerhafte Verformung von 0,01 % an der höchst beanspruchten Stelle des Lagers hervorzurufen. Hierbei richtet sich die Hauptbelastungsrichtung nach dem Druckwinkel, ist dieser kleiner 45° ist die radialen und sonst die axialen Richtung anzusetzen [9]. Die dynamische Tragzahl C ist nach DIN ISO 281 die Kraft, die 90 % der Lager nach einer Millionen Umdrehungen ohne Ermüdung ertragen [7]. Diese Größen sind empirisch bestimmt worden und werden zur Lagerdimensionierung benötigt (s. hierzu Abschnitt 2.3).

2.1.2.5 Wälzlagerarten

Aufgrund der vielseitigen Einsatzmöglichkeiten von Wälzlagern haben sich eine Reihe von Lagertypen am Markt etabliert. Die Klassifizierung der Wälzlager erfolgt nach der Wälzkörperform, der Kraftaufnahme (radial oder axial) und nach der Anzahl der Auflageflächen. In dem folgenden Text werden einige der wichtigsten Unterscheidungsmerkmale und Besonderheiten ausgewählter Lager erörtert.

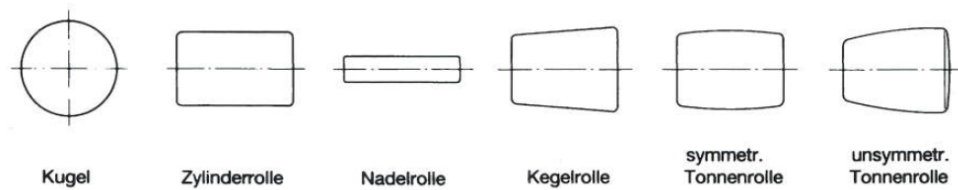


Abbildung 2.2: Wälzkörperformen [7]

Es gibt eine Reihe von genormten Wälzkörperformen (vgl. Abb. 2.2), die aufgrund der abweichenden Kontaktflächen und den daraus resultierenden Druckprofilen zu unterschiedlichen Belastungen führen. Bei einer Kugel ergibt sich beispielsweise eine ellipthische Kontaktfläche, welche vom Zentrum weg abfallende Druckbelastungen aufweist. Bei diesem Profil übersteigt der maximale Druck den gemittelten um ungefähr den Faktor 1,5. Dies führt zu einer starken lokalen Beanspruchung der beteiligten Komponenten. Ein bessere Druckverteilung wird bei den Zylinderrollenlagern erreicht, diese weisen in Richtung der Rollenachse eine nahezu konstante Druck auf, der bei der Veränderung der "Roll-Richtungs"-Position abnimmt (s. Abb. 2.3). Um das Druckprofil der Zylinderrollenlager zu optimieren, werden heute die Randbereiche der Wälzkörper logarithmisch verjüngt. Damit können die in der Abb. 2.3 dargestellten Druckanstiege in den Randgebieten des Wälzkörpers vermieden werden, wodurch die Lebensdauer erheblich gesteigert wird. Die im Vergleich zu den Kugellagern vergrößerte Kontaktfläche führt allerdings in der Regel zu höheren Reibungsverlusten.

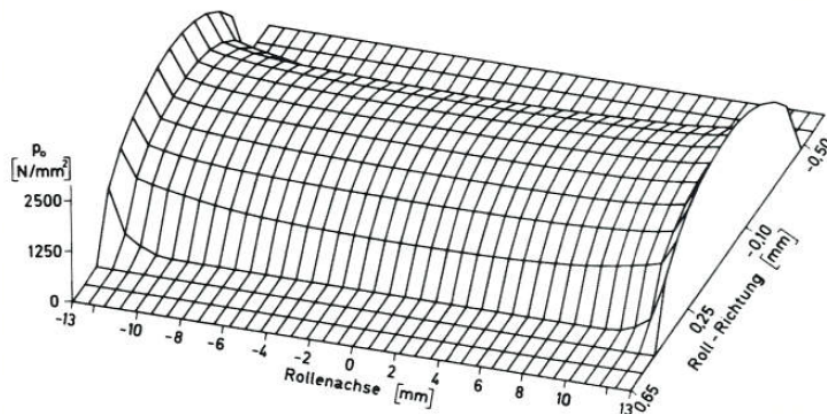


Abbildung 2.3: Flächenpressung bei Zylinderrollen [7]

An dieser Stelle sei angemerkt, dass Lager mit großen Wälzkörperdurchmessern in Verbindung mit einer hohen Wälzkörperanzahl große Belastungen ertragen, da beide Maßnahmen die Kontaktfläche vergrößern und somit die Flächenpressung sinkt, dies führt allerdings auch zu erhöhten Reibungsverlusten [11].

Neben der Wälzkörperform wird auch die Hauptbelastungsrichtung zur Klassifizierung von Lagern genutzt. Bei einem Druckwinkel kleiner 45° wird das Lager als "radiales" und bei einem Winkel größer 45° als "axiales" Lager bezeichnet.

Eine weitere Möglichkeit Einfluss auf die Eigenschaften zu nehmen ist die Anpassung der Laufbahn. Ein gutes Beispiel hierfür sind die Rillenkugel- und Vierpunktlager. Diese werden nun mit einigen weiteren wichtigen Lagertypen genauer analysiert.

Rillenkugellager: Das Rillenkugellager zeichnet sich durch niedrige Preise und geringe Reibungswerte aus. Der Kontakt zwischen Laufbahn und Wälzkörper beschränkt sich auf eine Ellipse im Innen- und Außenring. Diese Kontaktform resultiert daraus, dass der Laufbahnradius größer als der des Kugelradius gefertigt ist. Die hieraus resultierenden geringen Reibungsverluste ermöglichen verhältnismäßig hohe Einsatzzeiten bei großen Drehzahlen. Zusätzlich kann diese Lagerart aufgrund der Wälzkörper-Laufbahn-Kombination sowohl radiale als auch beidseitig axiale Kräfte aufnehmen. Bei zu hoher Axialbelastung können allerdings die Wälzkörper aus der Laufbahn gedrückt werden. Auch sind Rillenkugellager nicht in der Lage Winkelverstellungen auszugleichen, deshalb muss die Lageraufnahme (Bohrung) mit der zugehörigen Welle fluchten.

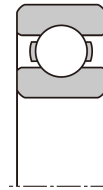


Abbildung 2.4: Rillenkugellager [12]

Zylinderrollenlager: Die Zylinderrollenlager werden zur Aufnahme von Kräften senkrecht zur Rollenachse eingesetzt. Bedingt durch die Wälzkörperform ist es ihnen möglich wesentlich höhere radiale Belastungen aufzunehmen als die Kugellager. Die Wälzkörperform führt aber auch dazu, dass eine axiale Belastung der Radialausführung nur bei hohen Reibungsverlusten aufgenommen werden kann, da hierbei die Walze mit ihren Seitenflächen auf die Nutwände der Laufbahn gedrückt werden. Deshalb wird diese Lagerart in der Regel als Loslager ausgeführt. Hierzu wird nur in einem der Ringe eine Nut eingearbeitet. Befindet sich diese im Innenring, wird das Lager als Typ NU und im Außenring als Typ N bezeichnet (vgl. Abb. 2.5). Durch die beschriebene Konstruktion kann das Lager über den Ring ohne Nut in axialer Richtung abgleiten.

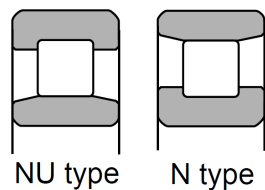


Abbildung 2.5: Zylinderrollenlager [12]

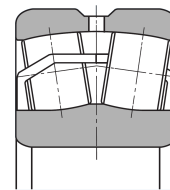


Abbildung 2.6: Pendelrollenlager [12]

Pendelrollenlager: Pendelrollenlager können anders als die bisher genannten Lager Fluchtungsfehler ausgleichen. Dies wird durch die im Außenring hohlkugelig geformten Laufbahnen in Kombination mit den zweireihig ausgeführten, zueinander verkippten Tonnenrollen ermöglicht (vgl. Abb. 2.6). Diese Bauform gestattet es den Pendelrollenlagern sowohl hohe Belastungen in axialer als auch in radialer Richtung aufzunehmen.

Drei- und Vierpunktlager: Die Drei- oder Vierpunktlager sind modifizierte Rillenkugellager, deren Laufbahnen sich aus mehreren Kreisbögen (selber Radius) mit versetzten Mittelpunkten zusammensetzen. Durch die so gesteigerte Anzahl an Auflagepunkten können die Lager höhere Axialkräfte ertragen. Bei den Vierpunktlagern werden zwei verschiedene Mittelpunkte zur Fertigung der Laufbahnradien genutzt (vgl. Abb. 2.7). Hierbei sind die Innenringe in der Regel geteilt ausgeführt. Dank der hierdurch entstandenen vier Kontaktpunkte ist das Lager sehr stabil. Zusätzlich ermöglicht ein geteilter Innenring aufgrund der besseren Montagemöglichkeiten eine Erhöhung der Kugelanzahl, diese führt wiederum zu einer Verringerung der auftretenden Druckspitzen. Anders als bei den Vierpunktlagern sind bei den Dreipunktlagern nur in eine der beiden Laufbahnen zwei eingearbeitete Radien vorzufinden. Dies hat zur Folge, dass die Kraftaufnahme verschlechtert wird, aber gleichzeitig die Reibungsverluste sinken [9] [7].

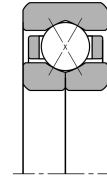


Abbildung 2.7: Vierpunktlager mit geteiltem Innenring [12]

2.1.2.6 Kurzbezeichnung

Wälzlager werden heutzutage in großer Stückzahl gefertigt und verbaut. Aus diesem Grund sind sie sowohl in den Abmaßen als auch in ihrer Bezeichnung genormt. So kann bereits durch die Benennung des Lagers auf wichtige Größen und Konstruktionsmerkmale geschlossen werden.

In der Abbildung 2.8 ist dargestellt wie sich die Normbezeichnungen zusammensetzen. Die erste Ziffer, Buchstabe bzw. die erste Kombination aus Buchstaben steht für die Lagerart (bearing type). Hierzu können der Tabelle 2.2 nähere Informationen entnommen werden. Die zwei darauf folgenden Ziffern legen die Maßreihe (bearing series) fest. Bei Radiallagern entspricht diese der Breitenreihe, während die Maßreihe bei den Axiallagern für die Höhenreihe steht. Am Ende befindet sich die Bohrungskennzahl, die im Wellendurchmesserbereich $d = 20 \dots 500$ mm den fünffachen Wert des Wellendurchmessers entspricht (s. Abb. 2.8). Für den Durchmesserbereich $d = 10 \dots 20$ mm gilt:

$d = 10 \text{ mm} \Rightarrow$ Bohrungskennzahl 00

$d = 12 \text{ mm} \Rightarrow$ Bohrungskennzahl 01

$d = 15 \text{ mm} \Rightarrow$ Bohrungskennzahl 02

$d = 17 \text{ mm} \Rightarrow$ Bohrungskennzahl 03

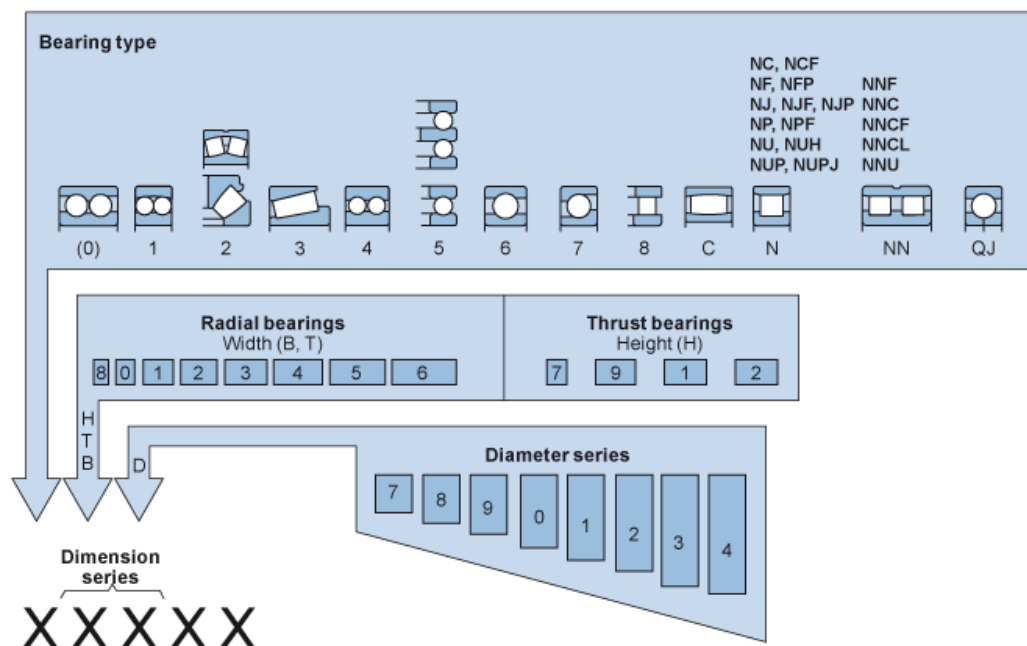


Abbildung 2.8: Lagerbezeichnungen [10]

Bei Wellendurchmessern über $d = 500$ mm und unter $d = 10$ mm wird das Bohrungsnennmaß als Bohrungskennzahl verwendet, markiert wird dies durch einen Schrägstrich “/”, wie zum Beispiel bei dem Lager “618/600”. Hierbei handelt es sich somit um ein Rillenkugellager mit dem Wellendurchmesser $d = 600$ mm. Zusätzlich zu dieser Basisbezeichnung ist es möglich durch sogenannte Vorsetz- und Nachsetzzeichen auf weitere Besonderheiten des Lagers einzugehen. Mit den Vorsetzzeichen werden die Einzelteile (Ringe, Käfige) und die verwendeten Werkstoffe beschrieben, während mit den Nachsetzzeichen auf die innere Konstruktion, äußere Form, Käfigausführung, Fertigungstoleranz, Lagerluft, Abdichtung und Wärmebehandlung eingegangen wird [10] [7].

Bearing type	Lagerart
0	Zweireihiges Kugellager
1	Pendelkugellager
2	Pendelrollenlager
3	Kegelrollenlager
4	Zweireihiges Rillenkugellager
5	Axiales Nadellager
6	Einreihiges Rillenkugellager
7	Einreihiges Schrägkugellager
8	Axiales Nadelrollenlager
C	CARB Toroidalrollenlager
N	Zylinderrollenlager (Anzahl N entspricht Zahl der Reihen)
QJ	Vierpunktlager
T	Kegelrollenlager (nach DIN ISO 355)

Tabelle 2.2: Definitionen des Lagertyps (bearing type) [10]

2.1.3 Gleitlager

Gleitlager ermöglichen die Rotation einer Welle durch den Aufbau eines Schmierfilms zwischen der betroffenen Welle und den darum liegenden Lagerschalen. Dieser Film kann auf verschiedene Weisen aufgebaut und erhalten werden. Die Lager lassen sich je nach genutztem Mechanismus in drei Hauptgruppen unterteilen: die statischen, dynamischen und hybriden Gleitlager. Bei den statischen wird das Öl durch eine Bohrung auf der Unterseite der Lagerschale dem Lager zugeführt. Dieses wird hierzu durch eine externe Pumpe auf den Druck

gebracht, der notwendig ist um die Welle anzuheben. In den dynamischen Gleitlagern wird der Ölfilm durch die Wellenrotation aufgebaut. Durch die hieraus resultierenden Betriebszustände im Lager variieren beim An- und Abfahren die Reibungskoeffizienten. Der qualitative, drehzahlabhängige Verlauf dieser Größe ist in der Abb. 2.9 dargestellt. Beim Anfahren (durchgezogene Linie) herrscht bei kleinen Drehzahlen Trockenreibung. Das bedeutet, dass sich kein Öl zwischen der Welle und der Lagerschale befindet und somit Metall auf Metall reibt. Dies führt nicht nur zu hohen Reibungsverlusten, sondern auch zu einem besonders hohen Verschleiß. Bei steigender Drehzahl sinkt der Reibungskoeffizient bis zur sogenannten Übergangsdrehzahl $n_{\bar{u}}$ auf ein Minimum ab, an diesem Punkt trennt der Ölfilm die Welle und die Lagerschale vollständig voneinander. Bei weiterer Erhöhung der Drehzahl steigt der Reibungskoeffizient aufgrund der inneren Reibung im Fluid an, die hierbei entstehende Scherspannung lässt sich mit der Formel 2.3 berechnen.

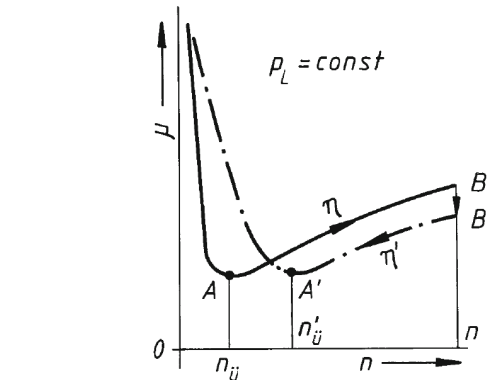


Abbildung 2.9: Hydrodynamischer Gleitlagerreibungsverlauf [9, S.543]

$$\tau = \mu \cdot \frac{dc}{dy} \quad (2.3)$$

Beim Abfahren verschiebt sich die Übergangsdrehzahl in der Abbildung zu höheren Werten. Diese Verschiebung resultiert durch die Annahme, dass die Öltemperatur während des Betriebes angestiegen ist. Hierdurch sinkt die Viskosität und somit die Dicke des von der Welle mitgeschliffenen Ölfilms. Das Hybridlager kombiniert beide Funktionsweisen. Beim An- und Abfahrvorgang wird die Welle über eine externe Pumpe angehoben, während im Betriebspunkt der Ölfilm allein durch die rotierende Welle erzeugt wird. Hierdurch lassen sich die hohen Verluste und der einhergehende Verschleiß beim An- und Abfahren minimieren.

Die Gleitlager bieten den Vorteil, dass sie im Betriebspunkt niedrigere Reibungskoeffizienten als die Wälzlager erreichen können und darüber hinaus fast verschleißfrei arbeiten, da bei voll ausgebildeten Schmierfilm kein Festkörperkontakt vorliegt. Zusätzlich reduziert die Trennung durch den Ölfilm die Übertragung von Schwingungen. Nachteilig ist im Vergleich zu den Wälzlagern die Ausfallsicherheit. Während Wälzlager längere Zeiten ohne extern aufbereitetes Schmiermittel weiterarbeiten können, kann bei Gleit-

lagern bereits eine zu geringe Kühlung des Öls zur Zerstörung des Systems führen. Die Erwärmung des Schmiermittels senkt die Viskosität und beeinflusst so bereits vor dem Zusammenbruch des Schmierfilms die Tragfähigkeit.

2.1.4 Magnetlager

Die Magnetlager ermöglichen eine Relativbewegung zwischen zwei Körpern indem sie ein Magnetfeld erzeugen. Hierdurch wird einer der Körper angehoben, es bildet sich ein Luftfilm zwischen den Komponenten, welcher das Abgleiten ermöglicht. Die im Betrieb entstehende Reibkraft entspricht der Reibung, die im Inneren der Luftschicht durch Scherung auftritt. Diese ist aufgrund der Lufteigenschaften (Viskosität) äußerst gering. Weitere Vorteile des Magnetlagers sind der geringe Verschleiß aufgrund des kontaktlosen Gleitens und die Möglichkeit, dass das System komplett schmiermittelfrei betrieben werden kann. Zusätzlich wird bei einem Einsatz von Magnetlagern die Rotorwelle völlig vom Gehäuse entkoppelt und trägt so zur Schwingungsdämpfung bei [13]. Die Magnetlager werden in aktive und passive Lager eingeteilt. Die passiven Systeme arbeiten mit Dauermagneten, die die Welle durch ihr magnetisches Feld anheben können ohne dass ein zusätzliches Hilfssystem notwendig wäre. Hierdurch erreicht das passive System eine hohe Ausfallsicherheit. Auf der anderen Seite führt der Aufbau dazu, dass aufgrund der fehlenden Regelungsmechanismen nicht auf dynamische Veränderungen reagiert werden kann. Die aktiven Lager heben die Welle mit Hilfe von Elektromagneten an, die mit einer Vielzahl von Sensoren verbunden sind. Die Sensoren detektieren die Lage der Welle in der Lagerschale und regeln bei einer Abweichung der Soll-Position die Elektromagneten nach. Dieses System ermöglicht damit eine dynamische Anpassung an die Belastung, allerdings fällt dieses System bei einer Unterbrechung der Energiezufuhr komplett aus und benötigt eine komplexe Regelektronik. Neben diesen beiden Klassen werden auch Hybridlager angeboten. Diese kombinieren beide Ansätze mit dem Ziel, den Energieverbrauch im Vergleich zum rein aktiven Lager signifikant zu senken. Hierbei soll die Grundlast von Dauermagneten getragen und die auftretenden veränderlichen Lasten über die Elektromagneten aufgefangen werden.

2.2 Wellenberechnung

Der folgende Abschnitt erläutert mit welcher Vorgehensweise die Gewichtsabschätzung von Wellen erfolgen kann. Hierzu wird die Ermittlung der angreifenden Belastungen, eine überschlägige Wellenauslegung und der danach durchzuführende Festigkeitsnachweis beschrieben. Bevor auf die konkrete Berechnung eingegangen wird, werden in dem folgenden Unterabschnitt einige Grundlegende Begriffe und Zusammenhänge erläutert.

2.2.1 Grundbegriffe

2.2.1.1 Schwerpunktsberechnung

Für die folgenden Berechnungen ist die Ermittlung des Schwerpunkts notwendig, dieser lässt sich durch folgende Beziehung bestimmen:

$$\begin{aligned}x_s &= \frac{1}{M} \iiint f(x,y,z) \cdot x \, dV \\y_s &= \frac{1}{M} \iiint f(x,y,z) \cdot y \, dV \\z_s &= \frac{1}{M} \iiint f(x,y,z) \cdot z \, dV \\ \text{mit: } M &= \int f(x,y,z) \, dV\end{aligned}\tag{2.4}$$

Falls mehrere Schwerpunkte zu einem zusammengefasst werden müssen, geschieht das über:

$$s_{ges} = \frac{\sum s_i \cdot M_i}{\sum M_i}\tag{2.5}$$

hierbei steht s für den Schwerpunkt in der betroffenen Koordinate, das M für die Masse und der Index i für den betrachteten Teilbereich [14].

2.2.1.2 Flächenmomente

Die Flächenmomente beschreiben wie gut die vorliegende Konstruktion ein Drehmoment in der betroffenen Ebene aufnehmen kann. Diese Momente sind somit ein Maß dafür, wie Konstruktionen mit gleichen Materialeigenschaften auf dieselbe Belastung reagieren. Ein niedriger Wert entspricht hierbei einer hohen Verformung [14] [15].

Zur Berechnung von Konstruktionen werden Flächenmomente verschiedener Ordnungen genutzt. Das Flächenmoment erster Ordnung H wird zur Schubberechnung benötigt und wird aufgrund dessen im Unterabschnitt 2.2.2 genauer behandelt. Die Ermittlung des Flächenmomentes zweiter Ordnung I erfolgt über die mathematischen Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}I_{yy} &= \iint z^2 \, dA \\I_{zz} &= \iint y^2 \, dA \\I_{yz} &= - \iint y \cdot z \, dA \\I_p &= \iint r^2 \, dA = \int (x^2 + z^2) \, dA = I_{yy} + I_{zz}\end{aligned}\tag{2.6}$$

Bei Bauteilen die aus mehreren Geometrien zusammengesetzt werden, ist es möglich die einzelnen Flächenmomente zu berechnen und diese anschließend über den Satz von Steiner in den Gesamtschwerpunkt zu verschieben, um sie dort zu addieren oder zu

subtrahieren:

$$\begin{aligned}
 I_{\bar{y}\bar{y}} &= I_{yy} + (z_i - z_s)^2 \cdot A_i \\
 I_{\bar{z}\bar{z}} &= I_{yy} + (y_i - y_s)^2 \cdot A_i \\
 I_{\bar{p}} &= I_{\bar{y}\bar{y}} + I_{\bar{z}\bar{z}} \\
 I_{\bar{y}\bar{z}} &= I_{yz} - (x_i - x_s)(y_i - y_s) \cdot A_i
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

Die ersten beiden Flächenwiderstandsmomente (I_{yy} und I_{zz}) werden bei Biegebeanspruchung genutzt, solange $I_{yz} = 0$ ist. Ist dies nicht der Fall, muss das Koordinatensystem auf die Hauptachsen gedreht werden. Allgemeine Drehungen erfolgen über die Koordinatentransformation:

$$\begin{aligned}
 v &= y \cdot \cos(\varphi) + z \cdot \sin(\varphi) \\
 w &= -y \cdot \sin(\varphi) + z \cdot \cos(\varphi)
 \end{aligned} \tag{2.8}$$

Eingesetzt in die Gleichungen 2.7 und unter Verwendung einiger trigonometrischer Beziehungen folgt:

$$\begin{aligned}
 I_{vv} &= 0,5 \cdot (I_{zz} + I_{yy}) + 0,5 \cdot (I_{yy} - I_{zz}) \cdot \cos(2 \cdot \varphi) + I_{yz} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \\
 I_{ww} &= 0,5 \cdot (I_{zz} + I_{yy}) - 0,5 \cdot (I_{yy} - I_{zz}) \cdot \cos(2 \cdot \varphi) - I_{yz} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \\
 I_p &= I_{yy} + I_{zz} = I_{vv} + I_{ww} = \text{konst.} \\
 I_{vw} &= -0,5 \cdot (I_{yy} - I_{zz}) \cdot \sin(2 \cdot \varphi) + I_{yz} \cdot \cos(2 \cdot \varphi)
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Da die Hauptträgheitsachsen dadurch definiert sind, dass $I_{yz} = 0$ bzw. $I_{vw} = 0$ sind folgt aus der dazugehörigen Gleichung 2.9:

$$\tan(2 \cdot \varphi_0) = \frac{2 \cdot I_{zy}}{I_{yy} - I_{zz}} \tag{2.10}$$

Der so berechnete Winkel lässt sich über folgende Zusammenhänge den neuen Achsen zuordnen:

$$\begin{aligned}
 \frac{d^2 I_{vv}}{d\varphi^2} &= -2 \cdot (I_{yy} - I_{zz}) \cdot \cos(2 \cdot \varphi) - 4 \cdot I_{yz} \cdot \sin(2 \cdot \varphi) \\
 \left. \frac{d^2 I_{vv}}{d\varphi^2} \right|_{\varphi=\varphi_0} &= \begin{cases} < 0 & \Rightarrow \varphi_0 = \varphi_1; \quad \varphi_2 = \varphi_1 + 90^\circ \\ > 0 & \Rightarrow \varphi_0 = \varphi_2; \quad \varphi_1 = \varphi_2 - 90^\circ \end{cases}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

Die zweite Achse wird dann orthogonal dazu angetragen. Durch Einsetzen der Winkel in die Gleichungen 2.9 bei gleichzeitiger Verwendung weiterer trigonometrischer Beziehungen folgt dann:

$$I_{1,2} = \frac{I_{zz} + I_{yy}}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{2}\right)^2 + I_{yz}^2} \tag{2.12}$$

2.2.1.3 Widerstandsmomente

Das Widerstandsmoment W_b berechnet sich durch die Division des entsprechenden Flächenmoments durch den maximalen Abstand von der Nulllinie. Die Nulllinie ist eine gedachte Linie, auf der die induzierte Spannung, die aus dem betreffenden Moment

resultiert gleich Null ist. Somit befindet sich der maximal entfernte Punkt immer in einer Randfaser des Körpers.

$$\begin{aligned} W_{by} &= \frac{I_{yy}}{|z_{max}|} \\ W_{bz} &= \frac{I_{zz}}{|y_{max}|} \\ W_P &= \frac{I_P}{R} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Bei dem polaren Widerstandsmoment fällt die Nulllinie auf einen Punkt (den Mittelpunkt) zusammen und dementsprechend wird der maximale Abstand bei zylindrischen Körpern zum Radius R . Bei nicht zylindrischen Körpern wird hingegen der größtmögliche Kreisradius, der in die Kontur gelegt werden kann, verwendet [14] [15] [9].

2.2.1.4 Föppl - Symbolik

Neben den verschiedenen Belastungen wird für die folgenden Berechnungen eine vereinfachte Schreibweise benötigt, die Föppl - Symbolik [16]. Diese umschreibt folgenden mathematischen Zusammenhang:

$$< x - a >^n = \begin{cases} 0 & \text{falls } x \leq a \\ (x - a)^n & \text{falls } x > a \end{cases} \quad (2.14)$$

2.2.2 Belastungsarten

Normalspannungen: werden durch Kräfte erzeugt, die orthogonal auf die betrachtete Schnittfläche wirken (Zug- und Druck). Diese werden auch als Normalkraft bezeichnet und führen theoretisch zu einer über den Querschnitt konstanten Spannung σ_{zd} [9].

$$\sigma_{zd} = \frac{F}{A} \quad (2.15)$$

Biegespannungen: entstehen sobald auf einen Körper ein Drehmoment wirkt, das nicht in Richtung der Achse des Körpers gerichtet ist. Diese führen zu einem linearen Spannungsverlauf im Körper und somit dazu, dass die größten Belastungen in den Randfasern auftreten [9].

$$\sigma_b = \frac{M_b}{W_b} \quad (2.16)$$

Schubspannungen aufgrund von Torsionen: Diese Spannungen treten in Systemen auf, wenn ein Körper in axialer Richtung mit einem Drehmoment (Torsion T) belastet wird [9] [9].

$$\tau_t = \frac{T}{W_t} \quad (2.17)$$

Schubspannungen aufgrund von Querkräften: Schubspannungen, die durch angreifende Querkräfte hervorgerufen werden, sind in der Regel wesentlich geringer als die Spannungen, die durch Torsion entstehen. Deshalb werden diese für überschlägige Betrachtungen häufig vernachlässigt. Zur Berechnung des betrachteten Schubes wird die

Querkraft $Q(x)$, der Breitenverlauf $b(y)$ des Querschnitts, das Flächenmoment ersten Grades $H_z(y)$ und zweiten Grades I_{zz} benötigt. In dem Fall, dass die Querkräfte nicht am sogenannten Schubmittelpunkt angreifen erzeugen diese ein zusätzliches Torsionsmoment. Der Schubmittelpunkt ist dabei als der Punkt definiert, um den ein Körper bei einem angreifenden Drehmoment tordiert wird. Hieraus lässt sich ableiten, dass dieser Punkt bei Querschnitten mit zwei Symmetrieachsen im Zentrum des Körpers liegt. Da dies in den später betrachteten Systemen immer der Fall ist, wird auf eine genauere Betrachtung des Schubmittelpunktes verzichtet. Die Höhe des Schubes lässt sich mit der Formel 2.18 ermitteln [14] [15] [9].

$$\tau_{zy} = \frac{Q(x) \cdot H_z(y)}{I_{zz} \cdot b(y)} \quad \text{mit} \quad H_z(y) = \iint_A y \, dA \quad (2.18)$$

2.2.3 Kräfteberechnung

2.2.3.1 Statisch bestimmte Systeme

Statisch bestimmte Systeme beschreiben Aufbauten, in denen die Lagerkräfte mithilfe der Gleichgewichtsbedingungen (Formel 2.19) gelöst werden können. Hierzu wird das System in einem ersten Schritt freigeschnitten, dass heißt alle von außen angreifenden Kräfte werden mit ihrer Position ermittelt und an ein vereinfachtes Ersatzmodell angetragen. An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die Lagerkräfte wie in Unterabschnitt 2.1.2.3 beschrieben anzutragen sind.

$$\sum F_i = 0 \quad \text{und} \quad \sum M_i = \sum F_i \cdot l_i = 0 \quad (2.19)$$

Zur Veranschaulichung dient hier das in der Abb. 2.10 dargestellte System. In diesem nehmen ein Festlager und ein Loslager die Gewichtskraft und eine weitere externe Kraft auf, die durch ein Kegelrad induziert wird. Die unteren beiden Grafiken der Abbildung 2.10 zeigen das freigeschnittene System mit den angetragenen Ersatzkräften, welches zur Erstellung des Gleichungssystems herangezogen wird. Die Gewichtskraft der Welle ist hierbei durch eine konstante Linienlast $q_g(x) = q_g$ ersetzt worden, welche bei einer Welle mit unterschiedlichen Wandstärken zu einer Funktion in Abhängigkeit der x-Koordinate werden würde. Die Lagerkraftpositionen entsprechen hier der Mitte des Wälzlagers, da beide Lager ein Druckwinkel von Null aufweisen. Die übertragene Kraft des Kegelrades wird in seine Komponenten aufgeteilt und an den dazugehörigen Angriffspunkt angetragen. Das Kräftegleichgewicht lautet somit:

$$\sum F_{ix} = 0 = A_x + K_x \quad (2.20)$$

$$\sum F_{iy} = 0 = -A_y - B_y + F_g + K_y \quad \text{mit} \quad F_g = \int_0^l q_g \, dx = q_g \cdot (a + b + c + e) \quad (2.21)$$

$$\sum F_{iz} = 0 = A_z + B_z - K_z \quad (2.22)$$

Bei dem Momentengleichgewicht bietet es sich an das Koordinatensystem in einen Punkt zu legen, in dem möglichst viele Unbekannte wegfallen, hier wird der Ursprung in das Lager A geschoben. Die Linienlast q_g ist hierbei an den Schwerpunkt der Funktion anzutragen (vgl. Gleichung 2.4) und wird in dem vorliegenden Fall zu:

$$x_s = \frac{\int_0^l q_g \cdot x \, dx}{\int_0^l q_g \, dx} = \frac{q_g \cdot l^2}{2 \cdot q_g \cdot l} = l/2 \quad (2.23)$$

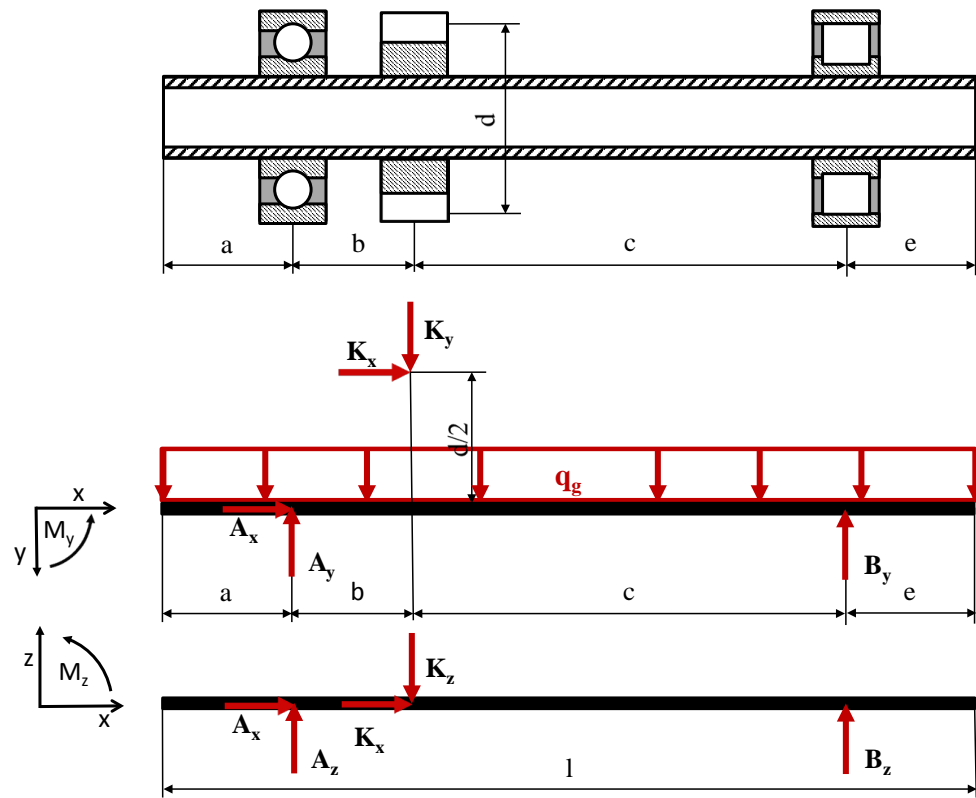


Abbildung 2.10: Statisch bestimmtes System mit Kegelradgetriebe, einem Fest- und einem Loslager

$$\sum M_y^A = 0 = B_y \cdot (b + c) - K_x \cdot d/2 - K_y \cdot b - F_g \cdot (l/2 - a) \quad (2.24)$$

$$\sum M_z^A = 0 = B_z \cdot (b + c) - K_z \cdot b \quad (2.25)$$

Die Anzahl der aufgestellten Gleichungen entspricht jetzt der Anzahl der unbekannten Variablen. Damit lassen sich alle Größen berechnen (vgl. Tab. 2.3).

Gleichung	Lösung
2.20	$A_x = -K_x$
2.24	$B_y = \frac{K_x \cdot d/2 + K_y \cdot b + F_g \cdot l/2 - a}{b+c}$
2.25	$B_z = \frac{K_z \cdot b}{b+c}$
2.21	$A_y = F_g + K_y - B_y$
2.22	$A_z = K_z - B_z$

Tabelle 2.3: Lösung des statisch bestimmten Systems

2.2.3.2 Statisch überbestimmte Systeme

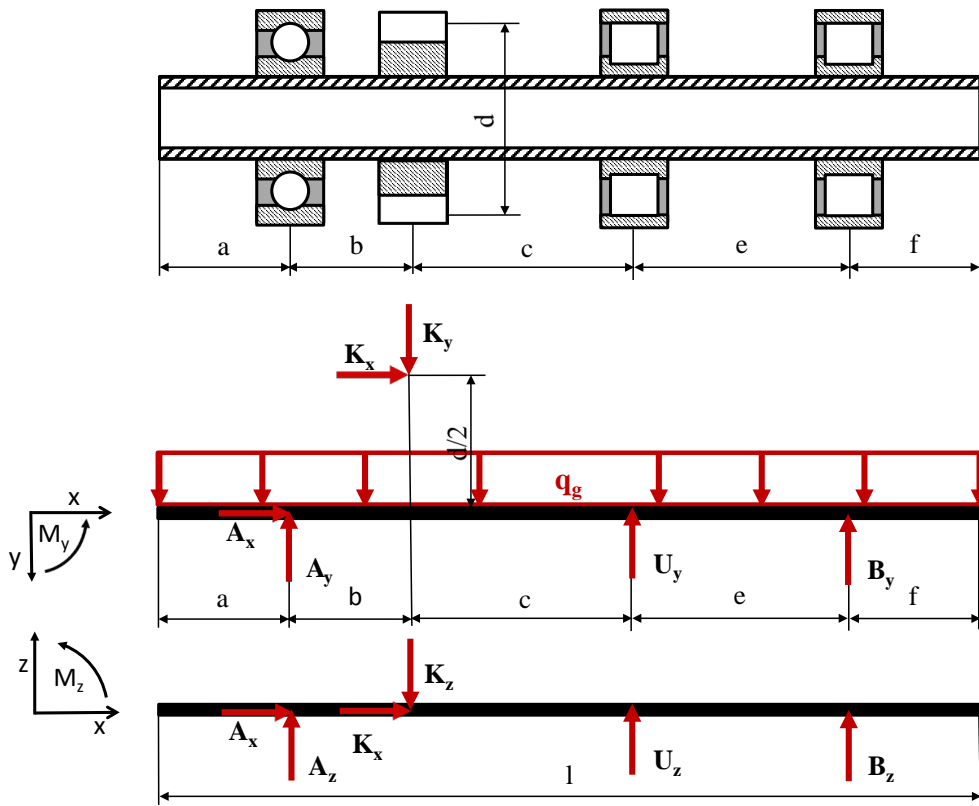


Abbildung 2.11: Statisch unbestimmtes System mit Kegelradgetriebe, einem Fest- und zwei Loslagern

Bei der Berechnung von überbestimmten Systemen reichen die zuvor erläuterten Gleichgewichtsbedingungen nicht mehr aus, um das Gleichungssystem zu schließen. Deshalb werden bei diesen geometrische Bedingungen hinzugezogen. Als Beispiel hierfür wird dem bisher besprochene Wellen-Lagersystem ein zusätzliches Loslager hinzugefügt (s. Abb. 2.11). Der Einbau eines zusätzlichen Lagers kann in der Praxis notwendig sein, um bspw. die maximale Durchbiegung w_{max} zu verringern. Durch die Modifikation des Systems werden die Gleichgewichtsbedingungen zu:

$$\sum F_{ix} = 0 = A_x + K_x \quad (2.26)$$

$$\sum F_{iy} = 0 = A_y + U_y + B_y - F_g - K_y \quad (2.27)$$

$$\sum F_{iz} = 0 = -A_z - U_z - B_z + K_z \quad (2.28)$$

$$\sum M_y^A = 0 = U_y \cdot (b + c) + B_y \cdot (b + c + e) - K_x \cdot d/2 - K_y \cdot b - F_g \cdot (l/2 - a) \quad (2.29)$$

$$\sum M_z^A = 0 = U_z \cdot (b + c) + B_z \cdot (b + c + e) - K_z \cdot b \quad (2.30)$$

Da diese Gleichungen noch nicht ausreichen, werden über die Zusammenhänge:

$$\begin{aligned}
 w_y''(x) &= -\frac{M_y(x)}{I_{yy}(x) \cdot E(x)} & \Leftrightarrow & \quad w_z''(x) = -\frac{M_z(x)}{I_{zz}(x) \cdot E(x)} \\
 w_y'(x) &= -\int \frac{M_y(x)}{I_{yy}(x) \cdot E(x)} dx & \Leftrightarrow & \quad w_z'(x) = -\int \frac{M_z(x)}{I_{zz}(x) \cdot E(x)} dx \\
 w_y(x) &= -\iint \frac{M_y(x)}{I_{yy}(x) \cdot E(x)} dx dx & \Leftrightarrow & \quad w_z(x) = -\iint \frac{M_z(x)}{I_{zz}(x) \cdot E(x)} dx dx
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

die geometrischen Randbedingungen $w(a) = 0$; $w(a+b) = 0$ und $w(a+b+c+e) = 0$ eingearbeitet. Dies impliziert die Aussage, dass die Welle an den Lagerpositionen nicht ausgelenkt werden und somit die Lager optimal fluchten. In den verwendeten Formeln ist E der E-Modul, der in den folgenden Rechnungen als konstant angenommen wird, w die Durchbiegung, M das in der Ebene wirkende Biegemoment und I das Flächenmoment der Hohlwelle. Da bei der Integration von w'' zwei neue unbekannte Konstanten entstehen, bleiben von den sechs Gleichungen, die aus den Randbedingungen formuliert wurden, lediglich zwei übrig, die aber ausreichen um das Gleichungssystem zu schließen. Damit die Gleichungen genutzt werden können, müssen zuerst die positionsabhängigen Momentengleichungen $M_i(x)$ aufgestellt werden. In diesem Beispiel wird das linke Ende der Welle als Startpunkt ($x = 0$) gewählt:

$$\begin{aligned}
 \sum M_y = 0 &= -0,5 \cdot q_g \cdot x^2 + A_y < x - a > - K_x \cdot d/2 < x - (a+b) >^0 + \\
 &\quad - K_y < x - (a+b) > + U_y < x - (a+b+c) > + \\
 &\quad + B_y < x - (a+b+c+e) > + M_y(x)
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

$$\begin{aligned}
 \sum M_z = 0 &= A_z < x - a > + U_z < x - (a+b+c) > + \\
 &\quad + B_z < x - (a+b+c+e) > + M_z(x)
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

Somit wird nach Gleichungen 2.31 die Durchbiegung zu:

$$\begin{aligned}
 w_y(x) &= -M_y(x) = -\frac{1}{E \cdot I_{yy}} \cdot \left(-\frac{q_g}{24} \cdot x^4 + \frac{A_y}{6} < x - a >^3 + \right. \\
 &\quad \left. - \frac{K_x \cdot d}{4} < x - (a+b) >^2 - \frac{K_y}{6} < x - (a+b) >^3 + \right. \\
 &\quad \left. \frac{U_y}{6} < x - (a+b+c) >^3 + \frac{B_y}{6} < x - (a+b+c+e) >^3 + K_{y1} \cdot x + K_{y2} \right) \\
 w_z(x) &= -M_z(x) = -\frac{1}{E \cdot I_{zz}} \cdot \left(\frac{A_z}{6} < x - a >^3 + \frac{U_z}{6} < x - (a+b+c) >^3 + \right. \\
 &\quad \left. \frac{B_z}{6} < x - (a+b+c+e) >^3 + K_{z1} \cdot x + K_{z2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.34}$$

mit:

$$I_{yy} = I_{zz} = \iint z^2 dA = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{R_i}^{R_a} r^2 \cdot \cos(\varphi)^2 \cdot r dr d\varphi = \dots = \pi \frac{R_a^4 - R_i^4}{4} \tag{2.35}$$

Für die Lagerpunkte wird dann die Randbedingung genutzt, dass die Welle an den betroffenen Positionen keine Auslenkung w erfährt. Mit dem Zusammenhang:

$$w = \sqrt{w_y^2 + w_z^2} \tag{2.36}$$

folgt, dass sowohl die Auslenkung in y - als auch auf die z -Richtung Null sein muss. Mithilfe der aufgestellten Gleichungen lässt sich nun das Gleichungssystem lösen.

2.2.3.3 Fliehkraft

In vielen Literaturquellen wird die Fliehkraft bei den Festigkeitsberechnungen vernachlässigt. Da aber bei steigenden Drehzahlen die Einflüsse der radialen und tangentialen Spannungen, die aus der Fliehkraft resultieren immer weiter ansteigen, ist diese Vernachlässigung für schnell drehende Wellen (bspw. Triebwerkswellen) nicht zulässig. Die Berechnung dieser Größe erfolgt über [17]:

$$\sigma_r(r) = \varphi \cdot \omega^2 \cdot r_a^2 \cdot \frac{3 - 2\nu}{8(1 - \nu)} \cdot \left(1 + \frac{r_i^2}{r_a^2} - \frac{r_i^2}{r^2} - \frac{r^2}{r_a^2} \right) \quad (2.38)$$

$$\sigma_t(r) = \varphi \cdot \omega^2 \cdot r_a^2 \cdot \frac{3 - 2\nu}{8(1 - \nu)} \cdot \left(1 + \frac{r_i^2}{r_a^2} + \frac{r_i^2}{r^2} - \frac{r^2(1 + 2\nu)}{r_a^2(3 - 2\nu)} \right) \quad (2.39)$$

$$\sigma_x(r) = \varphi \cdot \omega^2 \cdot r_a^2 \cdot \frac{2\nu}{8(1 - \nu)} \cdot \left(1 + \frac{r_i^2}{r_a^2} - 2\frac{r^2}{r_a^2} \right) \quad (2.40)$$

In den meisten Fällen können die axialen Spannungen (σ_x) als vernachlässigbar eingestuft, da in der Regel bereits bei geringen Spannungsaufbau die axialen Dehnungen durch die Loslager kompensiert werden.

2.2.4 Überschlägige Wellenauslegung

Um die Profilstärken korrekt bestimmen zu können, muss aufgrund des direkten Zusammenhangs zwischen der Wandstärke und der Gewichtsbelastung eine iterative Berechnung durchgeführt werden. Damit die Anzahl der Iterationen überschaubar bleibt, bietet es sich an mit einer Überslagsrechnung einen Startwert in der Nähe des tatsächlichen Ergebnisses anzusetzen.

Da in der Regel bei der Vorauslegung noch nichts genaueres über die Wellenoberfläche bekannt ist, wird vereinfacht angenommen, dass keine Kerben oder Einstiche das Material schwächen. Die Berechnung beginnt mit der Ermittlung der Vergleichsspannung, die aus den vorliegenden Belastungen resultiert. Die hierzu benötigten Spannungen sind mit den in Unterabschnitt 2.2.3 beschriebenen Vorgehen zu ermitteln.

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)} \quad (2.41)$$

Die angegebene Formel 2.41 basiert auf der sogenannten Gestaltänderungsenergiehypothese, diese führt in der Regel zu den besten Ergebnissen bei duktilen Werkstoffen. Eine detaillierte Beschreibung der verschiedenen Hypothesen und deren Auswirkungen ist im Unterabschnitt 2.2.5.2 beschrieben [6] [18]. Neben der hier angegebenen Formel 2.49 wird in vielen anderen Literaturquellen mit der vereinfachten zweidimensionalen Vergleichsspannung gearbeitet [9] [17]. Diese sollte allerdings nicht bei der Berechnung von schnell drehenden Wellen verwendet werden, da hierbei automatisch die Fliehkräfte vernachlässigt werden. Neben der Vergleichsspannung sind zusätzlich das Flächenmoment in der Schnittebene und die zulässigen Werkstoffbelastungen zu ermitteln. Mit diesen Größen kann dann eine Beziehung zwischen den geometrischen Abmaßen, den Belastungen und dem verwendeten Werkstoff hergestellt werden. Hierzu

wird vereinfacht angenommen, dass das Widerstandsmoment und die Werkstoffkennwerte aus der y - z -Ebene der Vergleichsspannung entgegenwirken. Somit ergibt sich für eine Hohlwelle:

$$M_v = \sigma_v \cdot W_v \quad \text{mit} \quad W_v \approx W_b = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D} \quad (2.42)$$

und somit folgt mit $\sigma_{v-zul} \approx \sigma_{bW}$ und der Annahme, dass der Außendurchmesser bereits feststeht der Zusammenhang:

$$d \leq \left(D^4 - D \cdot \frac{32}{\pi} \cdot \frac{\sigma_{bW}}{\sigma_v} \right) \quad (2.43)$$

Da bei diesem Vorgehen in der Regel die berechnete Wandstärke größer ist als nötig, sollte diese im Anschluss über den allgemeinen Festigkeitsnachweis genauer berechnet werden. Das hier gewonnene Ergebnis liefert allerdings schon die Größenordnung der Profildicke und kann somit für eine grobe Gewichtsabschätzung der Welle herangezogen werden [9].

2.2.5 Festigkeitsnachweis

In der Regel werden sowohl ein statischer als auch ein dynamischer Festigkeitsnachweis durchgeführt. Bei diesen Nachweisen haben neben den angreifenden Kräften die Materialeigenschaften und auch die konstruktive Gestaltung einen erheblichen Einfluss. In einem ersten Schritt wird der zu betrachtende Querschnitt festgelegt. Hierzu sollten neben etwaigen Wellenabsätzen, Ebenen ausgewählt werden, in dessen Bereichen ungünstigste Kombinationen aus Kräften, Geometrie und Oberflächenbeschaffenheit aufeinandertreffen. Im Fall einer automatisierten Berechnung kann das gesamte Bauteil in gleichmäßige Stücke zerlegt und für jedes eine gesonderte Berechnung durchgeführt werden. Der Vorteil bei diesem Vorgehen besteht darin, dass bei der Berechnung kein kritischer Querschnitt ausgelassen wird und Spannungsverläufe aus den Berechnungen abgeleitet werden können. Hierdurch lässt sich die Profildicke an jedem Punkt individuell anpassen und so das Gewicht der Konstruktion optimieren. Eine weitere Voraussetzung für die Festigkeitsberechnung ist, dass die auf das System wirkenden Belastungen (σ_i und τ_i) an den zu betrachtenden Positionen bekannt sind. Hierzu wird auf die Vorgehensweise aus dem Unterabschnitt 2.2.3 verwiesen.

2.2.5.1 Statischer Nachweis

Für den statischen Festigkeitsnachweis sind die maximal auftretenden Kräfte zur Spannungsermittlung anzusetzen. Falls bereits Einkerbungen oder andere Schwächungen des Bauteils bekannt sind, müssen diese berücksichtigt werden, da die Schwächungen zu hohen lokalen Spannungen führen. Die Spannungsspitzen fallen umso höher aus, desto kleiner der Kerbradius ist. Neben den Belastungen sind für den Nachweis die Festigkeitskennwerte des verwendeten Materials zu ermitteln und auf den betreffenden Anwendungsfall anzupassen. Dazu ist neben den Temperatureinflüssen (induzierte Spannungen und Kennwertänderungen) auch der sogenannte technologische Größeneinflussfaktor K_t zu berücksichtigen. Dieser Faktor beschreibt die in dem Material auftretenden fertigungsbedingten Festigkeitsabfälle, die bei wachsenden Werkstückgrößen auftreten [9] [19].

Kennwert	Umrechnung
Streckgrenze	$R_m = K_t \cdot R_{m-N}$
Zugfestigkeit	$R_{p0,2} = K_t \cdot R_{p0,2-N}$

Tabelle 2.4: Werkstoffdatenanpassung [9]

Belastungsart	Fließgrenze
Zug	$\sigma_{zf} = R_e$
Druck	$\sigma_{df} = R_{ed} = f_\sigma \cdot R_e$
Biegung	$\sigma_{bf} \approx (1 \dots 1,3) \cdot R_e$
Torsion	$\tau_{tf} \approx (1 \dots 1,2) \cdot f_\tau \cdot R_e$
Schub	$\tau_{Sf} \approx f_\tau \cdot R_e$

Tabelle 2.5: Ermittlung der Fließgrenze [9]

Als nächstes wird die Fließgrenze des Werkstoffes an die jeweilige Belastung angepasst (vgl. Tab. 2.5). Bei Stählen können die Variablen $f_\sigma \approx 1$ und $f_\tau \approx ,58$ näherungsweise angenommen werden. Mit den angepassten Festigkeitswerten aus der Tabelle 2.4 können dann die gesuchten Fließgrenzen bestimmt werden.

Auch Temperaturgradienten im Werkstoff führen zu inneren Spannungen. Aufgrund des hier betrachteten Vorentwurfslevel und der Tatsache, dass die extern aufgeprägten Spannungen in der Regel um Größenordnungen höher sind, lassen sich diese vernachlässigen ohne dass es zu starken Verfälschungen der Ergebnisse kommen sollte. Die Eigenschaften des Materials sollten hingegen an die jeweilige Temperatur angepasst werden, da diese einen großen Einfluss auf die notwendige Wandstärke haben.

Mit den so gewonnenen zulässigen und angreifenden Spannungen können nun die statischen Sicherheiten bestimmt werden. Hierzu sind sowohl die Spannungen einzeln als auch kombiniert zu überprüfen (vgl. Formel 2.44 und 2.45).

$$S_i = \frac{\text{zulässige Werkstoffgrenzwert}}{\text{vorhandene Spannung}} \geq S_{erf} \quad (2.44)$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{z/d-max}}{\sigma_{z/df}} + \frac{\sigma_{b-max}}{\sigma_{bf}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{t-max}}{\tau_{tf}} + \frac{\tau_{s-max}}{\tau_{Sf}}\right)^2}} \geq S_{erf} \quad (2.45)$$

Die für ein System erforderliche Sicherheit richtet sich nach dem Werkstoff und der Belastungsart, so findet sich bspw. für duktile Eisenwerkstoffe die gegen Fließen ausgelegt werden sollen der untere Richtwert von 2,1 [20].

2.2.5.2 Dynamischer Nachweis

Bei dem dynamischen Nachweis werden die Belastungen mithilfe der im Regelbetrieb angreifenden Kräfte ermittelt. Da diese in der Regel keinen festen Wert aufweisen sondern zeitlichen Änderungen unterliegen, werden die Verläufe in "häufig" und "selten" auftretende Belastungen unterteilt. Die höherfrequenten Belastungen werden vereinfacht durch ein Sinusverlauf ersetzt. Dieser lässt sich mithilfe einer gemittelten Grundbelastung σ_m , der Ausschlagsspannung σ_a und der dazugehörigen Frequenz beschreiben

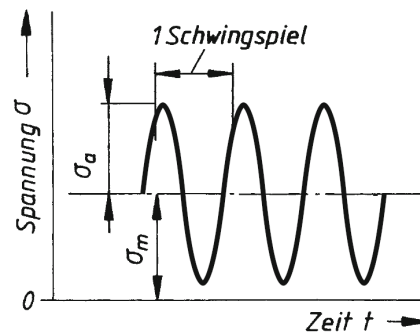


Abbildung 2.12: Angenäherter dynamischer Belastungsverlauf [9]

(vgl. Abb. 2.12). Damit bei der Vereinfachung die selten auftretenden (aber zyklischen) Lastspitzen nicht völlig unberücksichtigt bleiben, werden sie über einen sogenannten Anwendungsfaktor K_A beschrieben. Dieser Faktor ist eine empirische Größe, die für viele Systeme aus der Literatur entnommen werden kann (bspw. [20, Kap. 3-5]). Ist der Anwendungsfaktor bekannt, werden die angreifenden Kräfte und Momente in sogenannte äquivalente Belastungen umgewandelt.

$$F_{eq} = K_A \cdot F \quad \text{oder} \quad M_{eq} = M \cdot K_A \quad (2.46)$$

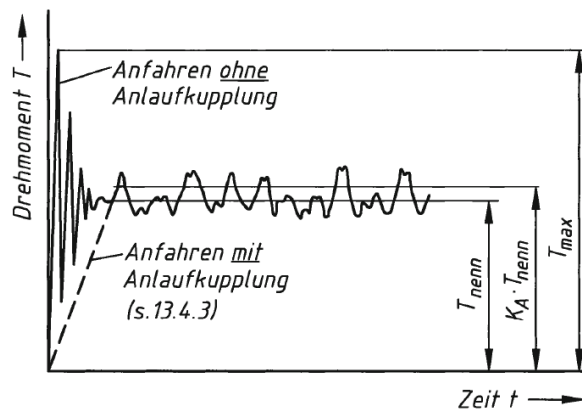


Abbildung 2.13: Äquivalente Belastungen [9]

Ohne die beschriebenen Vereinfachungen der Belastungsverläufe wäre es notwendig für jeden Nachweis einen individuellen Dauerschwingversuch durchzuführen. Da diese Versuche sowohl kosten- als auch zeitintensiv sind, kommen sie in der Konstruktionspraxis nur äußerst selten zum Einsatz.

Die Werkstoffkennwerte müssen wie bei der statischen Betrachtung an einen technologischen Größtenfaktor und darüber hinaus an zwei weitere Faktoren, die bei den Druck-/Zug- und Schub Betrachtung benötigt werden, angepasst. Die hieraus berechnete Hilfsgröße wird als Gestaltwechselfestigkeit bezeichnet und mit den Zusammenhängen aus der Tabelle 2.6 berechnet.

Belastungsart	Berechnung
Zug/ Druck	$\sigma_{zdGW} = f_{W\sigma} \cdot K_t \cdot R_{mN} / K_{Dzd}$
Biegung	$\sigma_{bGW} = K_t \cdot \sigma_{bWN} / K_{Db}$
Torsion	$\tau_{tGW} = \tau_{tWN} \cdot K_t / K_{Dt}$
Schub	$\tau_{sGW} = f_{W\tau} \cdot f_{W\sigma} \cdot K_t / K_{Ds}$

Tabelle 2.6: Gleichungen zur Dauerfestigkeitsberechnung [9]

Die hierzu notwendigen Größen können alle bis auf die Konstruktionsfaktoren K_{D-i} aus Werkstoff- und Konstruktionstabellen entnommen werden (s. hierzu [20, Tab. 1-1 und Tab. 3-2a]). Die Konstruktionsfaktoren beschreiben den Einfluss der Kerbwirkung, Oberflächenverfestigung, Oberflächeneinfluss und den geometrischen Größeneinfluss. Auch diese Einflussgrößen basieren auf empirischen Daten, die über einige Umrechnungen auf das vorliegende Bauteil übertragen werden können.

Um die häufig auftretenden Belastungen mit möglichst geringen Fehlern in einen vereinfachten Sinusverlauf umzuwandeln, muss zur Festlegung der mittleren Vergleichsspannung eine Festigkeitshypothese gewählt werden. Diese hat auch einen Einfluss auf die mathematischen Zusammenhänge, die zur Berechnung des Sicherheitsfaktors genutzt werden. Zur Auswahl stehen:

- Normalspannungshypothese (NH): für spröde Werkstoffe \Rightarrow Bruch bildet sich senkrecht zur größten Normalspannung aus
- Gestaltänderungsenergiehypothese (GEH): für duktile Werkstoffe \Rightarrow hierbei wird die plastische Verformung eines elastischen Körpers als Versagen definiert
- Schubspannungshypothese (SH): duktile Werkstoffe mit ausgeprägter Streckgrenze \Rightarrow die Schubspannung führt durch überschreiten der Gleitfestigkeit zum Werkstoffversagen

Aufgrund der Tatsache, dass in den meisten Fällen die Gestaltänderungsenergiehypothese zur besten Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen führt [9] und auch die Beschreibung mit den in Triebwerken verbauten Materialien am besten übereinstimmt, wird im Folgenden nur auf diese Hypothese eingegangen.

Die nächste Größe, die berechnet werden muss ist die Gestaltausschlagsfestigkeit. Diese beschreibt welche Belastungsänderungen (Ausschläge) der Werkstoff bei der vorhandenen mittleren Vergleichsspannung widersteht ohne die Dauerfestigkeit zu unterschreiten (10^7 Belastungszyklen). Hierzu muss die Berechnung an sogenannte Überlastfälle angepasst werden. Mit diesen wird festgelegt, ob die mittlere Vergleichsspannung bei einer Erhöhung der Amplituden:

- mitwächst $\Rightarrow \sigma_{max}/\sigma_{min} = konst.$
- konstant bleibt $\Rightarrow \sigma_m = konst.$
- oder die minimale Belastung bei einem konstanten Wert verbleibt und somit die mittlere Spannung stärker ansteigt als im ersten Fall $\Rightarrow \sigma_{min} = konst.$

Bei nicht klaren Verhältnissen wird im Matek [9] dazu geraten den Fall $\sigma_{max}/\sigma_{min} = \text{konst.}$ zu nutzen. Mit dieser Annahme berechnet sich die Gestaltausschlagsfestigkeit mit:

$$\begin{aligned}\sigma_{zdGA} &= \frac{\sigma_{zdGW}}{1+\Psi_{\sigma} \cdot \sigma_v / \sigma_{zda}} & \sigma_{bGA} &= \frac{\sigma_{bGW}}{1+\Psi_{\sigma} \cdot \sigma_v / \sigma_{ba}} \\ \tau_{tGA} &= \frac{\tau_{tGW}}{1+\Psi_{\tau} \cdot \tau_v / \tau_{ta}} & \tau_{sGA} &= \frac{\tau_{sGW}}{1+\Psi_{\tau} \cdot \tau_v / \tau_{sa}}\end{aligned}\quad (2.47)$$

Die hierzu notwendige Mittelspannungsempfindlichkeit Ψ wird über:

$$\begin{aligned}\Psi_{\sigma} &= a_M \cdot R_m + b_M \\ \text{mit } a_M &= 0,00035 \frac{mm^2}{N} \text{ und } b_M = 0,1 \text{ für Walzstähle} \\ \Psi_{\tau} &= f_{\tau} \cdot \Psi_{\sigma} \text{ mit } f_{\tau} \approx 0,58 \text{ für Stähle}\end{aligned}\quad (2.48)$$

Auch muss die mittlere Vergleichsspannung σ_v bestimmt werden, diese berechnet sich mit der Gleichung 2.41. Aus dieser wird dann der Vergleichsschub über:

$$\tau_v = f_{\tau} \cdot \sigma_v \quad (2.49)$$

ermittelt. Zum Nachweis der Festigkeit werden nun sowohl die einzelnen Spannungen (Gleichung 2.50) als auch die kombinierte Spannung (Formel 2.51) überprüft.

$$S_i = \frac{\text{Ausschlagsbelastung}}{\text{Gestaltausschlagsfestigkeit}} \geq S_{erf} \quad (2.50)$$

$$S = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_{zda}}{\sigma_{zdGA}} + \frac{\sigma_{ba}}{\sigma_{bGA}}\right)^2 + \left(\frac{\tau_{ta}}{\tau_{tGA}} + \frac{\tau_{sa}}{\tau_{sGA}}\right)^2}} \geq S_{erf} \quad (2.51)$$

Hierbei sollte die erforderliche Sicherheit $S = 1,3$ nicht unterschritten werden [9]. An dieser Stelle sei auch darauf hingewiesen, dass die Berechnung der Wandstärken nur durch eine Verschachtelung zweier Iterationsschleifen möglich ist. So wird in einer inneren Schleife die Wandstärke an die Sicherheiten angepasst, befinden sich diese in dem vorgegeben Bereich, müssen daraufhin die Gewichtskräfte in der Kräfteberechnung angepasst werden und der Festigkeitsnachweis beginnt von vorn. Dieses Vorgehen muss dann solange wiederholt werden bis die berechneten Veränderungen unter einer vorgegebenen Grenze liegen [9].

2.2.6 Elastisches Wellenverhalten

Neben der Zerstörung des Bauteils ist die elastische Verformung eine weitere konstruktive Randbedingung. Bei unzulässig großen Verformungen können Systeme beschädigt werden, da die Auslenkung bspw. zu ungewolltem Kontakt zwischen Bauteilen führen kann. Da in dieser Arbeit ausschließlich Wellen betrachtet werden, beschäftigt sich der folgende Abschnitt mit den Berechnungsansätzen für zylindrische Bauteile.

2.2.6.1 Verdrillen

Bei Torsionsbeanspruchung verformt sich ein Bauteil um den Verdrehwinkel φ . Dieser berechnet sich mit:

$$\varphi = \frac{l \cdot \tau}{d \cdot G} = \frac{T \cdot l}{G \cdot I_p} \quad (2.52)$$

und für Wellen mit mehreren Wellenabsätzen kann überschlägig:

$$\varphi \approx \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot G} \cdot \sum \left(\frac{l}{d^4} \right) \quad (2.53)$$

angesetzt werden. Mit den Formeln wird die Verdrillung in Bogenmaß errechnet, wenn alle Größen so eingesetzt werden, dass alle Einheiten wegfallen [9].

2.2.6.2 Durchbiegen

Durch Momente, die nicht achsparallel verlaufen, wird die Welle gebogen. Zur Bestimmung der Auslenkung w werden die beiden Komponenten w_x und w_y , wie im Unterabschnitt 2.2.3 beschrieben, ermittelt. Die Gesamtauslenkung wird dann durch Anwendung des Satzes des Pythagoras bestimmt.

2.2.6.3 Wechselwirkung der Verformungen

Durch die Verformung eines Bauteils in mehrere Achsen ergeben sich Wechselwirkungen, die beachtet werden müssen. So führt eine einachsige Belastung in einem dreidimensionalen System dazu, dass in den anderen beiden Orientierungen das Material ebenfalls verformt wird. In welchem Maße dies geschieht wird über die Poissonzahl ν (Querkontraktionszahl) beschrieben [15].

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_{jj}}{\varepsilon_{ii}} \quad \text{bei einem isotropen Werkstoff folgt:} \quad \frac{\Delta d}{d} = -\nu \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad (2.54)$$

Hier beschreibt das ε die relative Verformung in der jeweiligen Ebene (vgl. Formel 2.55). Somit gibt diese Größe an, in welcher Relation eine eindimensionale Spannung das betrachtete Bauteil in den verschiedenen Orientierungen verformt. Das E-Modul beschreibt hingegen die Längung bzw. Kürzung eines Werkstoffes bei einer Belastung in derselben Orientierung (vgl. Formel 2.55).

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{\Delta l}{l} \quad (2.55)$$

2.2.6.4 Eigenfrequenzen

Bei der Belastung eines elastischen Bauteils muss darauf geachtet werden, dass die zeitlichen Belastungsänderungen nicht die Eigenfrequenz des Bauteils treffen. Stimmen Eigenfrequenz und Anregung überein, so kommt es zur sogenannten Resonanz. Diese beschreibt einen zyklischen Kraftangriff, der das betroffene Bauteil während seiner Rückstellbewegung immer dann erneut beschleunigt, wenn die Beschleunigungen in dieselbe Richtung weisen. Hierdurch erhöht sich der Betrag der Auslenkung immer weiter bis das Bauteil versagt. In realen Systemen wirken der eben beschriebenen Beschleunigung allerdings Reibungskräfte entgegen, die ein unendliches Aufschaukeln verhindern. Bei vielen rotierenden Systemen ist es nicht möglich die Konstruktion so auszulegen, dass die Betriebsdrehzahl unterhalb der kritischen Drehzahl liegt. Somit muss diese beim An- und Abfahren überschritten werden. Um hierbei eine Beschädigung des Systems zu verhindern, wird versucht diesen Bereich möglichst schnell zu durchfahren. Da in dieser Arbeit aber ausschließlich statische Systeme betrachtet werden, wird das Thema hier nicht weiter vertieft.

2.3 Wälzlagerberechnung

Die Wälzlagerberechnung dient dazu die Eignung von Wälzlagern zu überprüfen. Hierzu wird in der Regel sowohl die statische Tragsicherheit als auch die Lebensdauer berechnet und mit den Systemanforderungen verglichen. Auch bei dieser Berechnung werden die maximal auftretenden statischen und die für den Betrieb charakteristischen dynamischen Belastungen benötigt und mit der Vorgehensweise aus dem Abschnitt 2.2 ermittelt.

In der nun folgenden Berechnung werden die lagerspezifischen Tragzahlen C_0 und C berechnet. Mit diesen Kennwerten (vgl. Unterabschnitt 2.1.2.4) kann bei der Beurteilung eines Lagers eingeschätzt werden, ob die auftretenden Belastungen über die gewünschte Lebensdauer ertragen werden. Zur Ermittlung dieser Größen ist es notwendig die auftretenden mehrdimensionalen Lagerkräfte in Hilfsgrößen, die äquivalenten Kräfte P_0 und P , umzurechnen. Diese sind eindimensionale Ersatzkräfte, die entweder in radiale (bei Radiallagern) oder axiale (bei Axiallagern) Richtung weisen. Die Berechnung dieser Kräfte muss an die jeweilige Lagerart angepasst werden, da die verschiedenen Konstruktionen dieselben Kraftkomponentenverhältnisse unterschiedlich gut aufnehmen können (vgl. Unterabschnitt 2.1.2.3) und somit zu unterschiedlichem Verschleiß führen. Die Berechnungsgrundlage, die in diesem Abschnitt beschrieben wird, basiert auf den Vorgehensweisen, die in [7], [8], [9] vorgestellt werden. Die hierzu notwendigen Lagerkräfte sind mit der Berechnungsmethode aus dem Unterabschnitt 2.2.3 zu ermitteln.

2.3.1 Statisch äquivalente Beanspruchung

Allgemein lassen sich die äquivalenten Kräfte mit:

$$P_0 = X_0 \cdot F_{0r} + Y_0 \cdot F_{0a} \quad (2.56)$$

berechnen, wobei X_0 und Y_0 Hilfsgrößen zur Gewichtung der Kraftkomponenten sind, die Werte größer-gleich Null annehmen können. Zur Ermittlung der dynamischen Größen gilt derselbe Zusammenhang, allerdings werden bei den Variablen die Nullen im Index weggelassen, um hervorzuheben, dass die dynamischen Größen gemeint sind. In den folgenden Unterabschnitten werden die lagertypabhängigen Vorgehensweisen zur Bestimmung der statischen Hilfsgrößen beschrieben.

2.3.1.1 Rillenkugellager

Bei den Rillenkugellagern wird die statisch äquivalente Belastung mit den Zusammenhängen die in der Tab. 2.7 dargestellt sind berechnet.

Belastungsverhältnis	dynamisch äquivalente Belastung
$\frac{F_{0a}}{F_{0r}} \leq 0,8$	$P_0 = F_{0r}$
$\frac{F_{0a}}{F_{0r}} > 0,8$	$P_0 = 0,6 \cdot F_{0r} + 0,5 \cdot F_{0a}$

Tabelle 2.7: Gleichungen zur Ermittlung der statisch äquivalenten Lagerbelastung

2.3.1.2 Zylinderrollenlager

Für die Zylinderrollenlager sind in der Literatur keine allgemeinen Vorgehensweise bei auftretenden Axialkräften beschrieben, deshalb wird für diese Lagerart nur die äquivalente Beanspruchung für rein radiale Belastungen angegeben. Da aber in den meisten praktischen Systemen die Zylinderrollenlager als Loslager eingesetzt werden, ist dies keine kritische Einschränkung für die spätere Anwendung. Die statisch äquivalente Kraft berechnet sich bei einer radialen Belastung durch:

$$P_0 = F_{0r} \quad (2.57)$$

2.3.1.3 Pendelrollenlager

Für Pendelrollenlager gilt:

$$P_0 = F_{0r} + Y_0 \cdot F_{0a} \quad (2.58)$$

Die Hilfsgröße Y_0 ist bei dieser Lagerart für jedes Lager individuell aus den Herstellerdaten zu entnehmen.

2.3.1.4 Vierpunktlager

Die statisch äquivalente Beanspruchung berechnet sich für Vierpunktlager über den Zusammenhang:

$$P_0 = F_{0r} + 0,58 \cdot F_{0a} \quad (2.59)$$

2.3.2 Statische Tragfähigkeit

Mit der nun folgenden statischen Berechnung wird überprüft, ob die angreifenden Belastungsspitzen zu einer plastischen Verformung der Laufbahnen führen (vgl. Unterabschnitt 2.1.2.4). Die rechnerische Sicherheit gegen eine solche Beschädigung wird durch die Tragsicherheit beschrieben. Diese berechnet sich mit:

$$S_0 = \frac{C_0}{P_0} \quad \text{mit} \quad P_0 = X_0 \cdot F_{0r} + Y_0 \cdot F_{0a} \quad (2.60)$$

und muss einen Wert größer eins annehmen, da bereits eine Belastung mit $P_0 = C_0$ zu einer Beschädigung (plastischen Verformung) der Laufbahn führt (vgl. Unterabschnitt 2.1.2.4). Richtwerte über die notwendige Höhe der Tragsicherheit sind bspw. in den Literaturquellen [9] und [8] hinterlegt. Die dort hinterlegten Werte sind verschiedenen Anforderungen an die Laufruhe zugeordnet und variieren je nach Untersuchungsgrundlage. Als Beispiel sind in der Tabelle 2.8 die Werte aus den zwei Quellen aufgeführt die

Quelle	Kugellager	Rollenlager
Matek [9]	2	3,5
FAG [8]	≥ 3	≥ 4

Tabelle 2.8: Richtwerte für die Tragsicherheit S_0

bei hohen Anforderungen an die Laufruhe und normalen Erschütterungen angewandt werden sollen. Der Vergleich zeigt, dass die Richtwerte relativ stark variieren können.

Für den Fall, dass das betrachtete Lager bei Belastung stillsteht, nur kleine Pendelbewegungen ausführt oder die Drehzahl $n \leq 10 \text{ min}^{-1}$ ist, genügt der eben beschriebene Nachweis. Da diese Belastungsformen in der Praxis aber äußerst ungewöhnlich sind, wird in der Regel immer eine zusätzliche dynamische Prüfung durchgeführt.

2.3.3 Dynamisch äquivalente Beanspruchung

Die Bestimmung der dynamisch äquivalenten Beanspruchung erfolgt nach demselben Prinzip wie bei dem statischen Nachweis. Allerdings muss bei der Berechnung der Lagerkräfte darauf geachtet werden, dass nun statt der maximal angreifenden die für den Betriebspunkt übliche Belastung zugrunde gelegt werden muss.

2.3.3.1 Rillenkugellager

Bei den Rillenkugellagern wird die Ersatzkraft, je nach angreifendem Kräfteverhältnis, mit den Zusammenhängen aus der Tabelle 2.9 berechnet.

Belastungsverhältnis	dynamisch äquivalente Belastung
$\frac{F_a}{F_r} \leq e$	$P_i = F_r$ somit ist $X = 1$ und $Y = 0$
$\frac{F_a}{F_r} > e$	$P_i = X \cdot F_r + Y \cdot F_a$

Tabelle 2.9: Berechnung der dynamisch äquivalenten Lagerbelastung [8]

Hierzu werden e , X und Y aus der Tabelle 2.10 entnommen, wobei die Größe f_0 aus den lagerspezifischen Produktinformationen der Hersteller (hier aus [8]) zu entnehmen ist. Diese Hilfsgröße ist abhängig von der Bohrungskennzahl und der Seriennummer des Lagers. Diese beiden Größen können wie im Unterabschnitt 2.1.2.6 beschrieben direkt aus der Lagerbezeichnung abgeleitet werden. Neben diesen Werten hat das fertigungsabhängige radiale Lagerspiel auch einen Einfluss auf die Kraftbeiwerte, diese sinken bei wachsendem Spiel. Da in der Regel zum Zeitpunkt der Vorauslegung keine solch detaillierten Informationen vorliegen, bietet es sich an die gängigste Toleranz (normal Lagerluft CN) anzusetzen.

$f_0 \cdot F_a / C_0$	e	X	Y
0,3	0,22	0,56	2
0,5	0,24	0,56	1,8
0,9	0,28	0,56	1,58
1,6	0,32	0,56	1,4
3	0,36	0,56	1,2
6	0,43	0,56	1

Tabelle 2.10: Hilfsgrößen zur Bestimmung der dynamisch äquivalenten Lagerbelastung bei normalen Lagerspiel CN [8]

Die nun folgenden Formeln können alternativ zur Ermittlung der Kraftbeiwerte genutzt werden.

$$X = 0,56; \quad e \approx 0,51 \cdot (F_a / C_0)^{0,233}; \quad Y \approx 0,866 \cdot (F_a / C_0)^{-0,229}$$

Diese Zusammenhänge sind allerdings nur gültig, wenn

$$0,02 < F_a/C_0 \leq 0,5 \quad \text{und} \quad F_a/F_r > e$$

eingehalten wird [20].

Bei den Rillenkugellagern besteht zusätzlich die Gefahr, dass bei zu hohen Axialkräften die Kugeln aus der Laufbahn gedrückt werden. Dies kann durch die Einhaltung der Richtwerte, die in der Tabelle 2.11 dargestellt sind, verhindert werden.

Betriebs- Radialspiel entsprechend	$F_{a \max}/C_0$							
	$d \leq 60 \text{ mm}$				$d > 60 \text{ mm}$			
	Reihen 160 60 62 63, 64				Reihen 160 60 62 63, 64			
CN (Normalluft)	0,3	0,5	0,55	$\geq 0,7$	0,6	0,65	0,75	$\geq 0,7$
C3	0,25	0,45	0,5	$\geq 0,7$	0,55	0,6	0,65	$\geq 0,7$
C4	0,2	0,4	0,45	$\geq 0,7$	0,45	0,55	0,6	$\geq 0,7$

Tabelle 2.11: Zulässige Axiallasten bei Rillenkugellagern [7]

2.3.3.2 Zylinderrollenlager

Die dynamisch äquivalente Beanspruchung lässt sich wie bereits in Unterabschnitt 2.3.1.2 erwähnt, nur für eine rein radiale Belastung bestimmen und berechnet sich für den dynamischen Fall mit:

$$P = F_r \quad (2.61)$$

2.3.3.3 Pendelrollenlager

Auch bei der Berechnung der äquivalenten Kräfte von Pendelrollenlagern ist eine Fallunterscheidung nötig. Hierbei wird durch den Vergleich des Kraftkomponentenverhältnisses mit der Hilfsgröße e entschieden, welche Beiwerte für X und Y zu wählen sind (vgl. Tab. 2.12).

Belastungsverhältnis	dynamisch äquivalente Belastung
$\frac{F_a}{F_r} \leq e$	$P = F_r + Y_1 \cdot F_a$
$\frac{F_a}{F_r} > e$	$P = 0,67 \cdot F_r + Y_2 \cdot F_a$

Tabelle 2.12: Dynamisch äquivalenten Lagerbelastung für Pendelrollenlager [8]

Die Größen Y_1 , Y_2 , und e sind hierzu aus den Maßtabellen der Hersteller zu entnehmen.

2.3.3.4 Vierpunktlager

Zur Ermittlung der dynamisch äquivalenten Kraft bei Vierpunktlagern werden die Formeln aus der Tabelle 2.13 genutzt.

Belastungsverhältnis	dynamisch äquivalente Belastung
$\frac{F_a}{F_r} \leq 0,95$	$P = F_r + 0,66 \cdot F_a$
$\frac{F_a}{F_r} > 0,95$	$P = 0,6 \cdot F_r + 1,07 \cdot F_a$

Tabelle 2.13: Dynamisch äquivalenten Lagerbelastung für Vierpunktlager [8]

2.3.4 Lebensdauer

Falls mehrere Betriebspunkte für den Einsatz charakteristisch sind, müssen für die Ermittlung der äquivalenten dynamischen Belastungen die verschiedenen Werte mit den dazugehörigen Zeiten gewichtet werden. Dies geschieht durch

$$P = \left(\sum_{i=0}^k P_i^{p_{ex}} \cdot \frac{n_i}{n_m} \cdot q_i \right)^{\frac{1}{p_{ex}}} \quad \text{mit} \quad n_m = \sum_{i=0}^k n_i \cdot q_i \quad (2.62)$$

Auch haben erhöhte Lagertemperaturen einen Einfluss auf die Tragzahlen. Bei steigender Lagertemperatur sinkt die Tragfähigkeit ab (vgl. Formel 2.63).

$$C = f_t \cdot C_{Katalog} \quad (2.63)$$

Temp. °C	100	125	150	200	250	300
Temp.faktor f_t	1	1	1	0,9	0,75	0,6

Tabelle 2.14: Temperaturfaktoren $f_t(T)$ [9]

Mit der so ermittelten dynamischen Tragzahl lässt sich die Lebensdauer des Lagers bei einer statistischen Ausfallwahrscheinlichkeit von 10 % mit:

$$L_{10} = \left(\frac{C}{P} \right)^{p_{ex}} \quad \text{bzw.} \quad L_{10h} = \frac{10^6 \cdot L_{10}}{60 \cdot n} \quad (2.64)$$

berechnen. Die Variable L_{10} symbolisiert hierbei die nominelle Lebensdauer in 10^6 Umdrehungen und L_{10h} die Lebensdauer in Stunden, wenn die Drehzahl n in min^{-1} eingesetzt wird. Durch die Einführung weiterer Faktoren können die Ausfallwahrscheinlichkeit a_1 variiert und die Betriebsölviskosität sowie die Verunreinigung des Schmiermittels ($a_{ISO} = a_2 \cdot a_3$) berücksichtigt werden.

Ausfallwahrscheinlichkeit [%]	50	30	10	5	4	3	2	1
Faktor a_1	5	3	1	0,62	0,53	0,44	0,33	0,21

Tabelle 2.15: Faktoren zur Berücksichtigung der Ausfallwahrscheinlichkeit [9]

Bei Berücksichtigung der zusätzlichen Einflüsse wird von der erweiterten Lebensdauer gesprochen, diese wird mit der Formel 2.65 bestimmt.

$$L_{nm} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10} \quad \text{bzw.} \quad L_{nmh} = a_1 \cdot a_{ISO} \cdot L_{10h} \quad (2.65)$$

Mithilfe der Lebensdauerberechnung kann nach der Vorauslegung eingeschätzt werden, welche Einsatzzeiten ein Lager im realen Einsatz voraussichtlich übersteht.

Eine weitere Größe, die bei der Lagerauswahl überprüft werden sollte, ist die Grenzdrehzahl n_G . Diese Größe kann in der Regel den Produktinformationen entnommen werden und gibt an bis zu welcher Drehzahl das betrachtete Lager ohne eine zusätzliche Prüfung eingesetzt werden kann. Bei einer dauerhaften Überschreitung der Drehzahl kann nicht mehr sichergestellt werden, dass die im Lager entstehende Wärme durch Wärmeleitung abgeleitet wird. Es droht somit eine Überhitzung des Lagers.

2.3.5 Vorauswahl der Lagergröße

Mit den ermittelten äquivalenten Kräften können die benötigten Tragzahlen überschlägig berechnet werden. So gilt für die dynamische Tragzahl die Gleichung 2.66 und für die statische Tragzahl die Formel 2.67.

$$C_{\text{erf}} \geq P \cdot \frac{f_L}{f_n} = P \cdot {}^{p_{ex}}\sqrt{\frac{60 \cdot n \cdot L_{10h}}{10^6}} \quad (2.66)$$

$$C_{0-\text{erf}} \geq P_0 \cdot S_0 \quad (2.67)$$

Hierbei kann die Variable p_{ex} für Kugellager mit drei und für Rollenlager mit 10/3 angesetzt werden [9].

2.4 Wellen und Wälzlager in Triebwerken

Der nun folgende Abschnitt beschäftigt sich mit praktischen Ausführungen von Wellen und Wälzlagern in Triebwerken. Hierzu wird ein Triebwerksbeispiel von Rolls Royce und das Getriebe von dem militärischen Transportflugzeug A400M analysiert.

2.4.1 Wellen

In heutigen Verkehrsflugzeugen werden zum Antrieb in der Regel Turbofans eingesetzt. In diesen befinden sich je nach Auslegungsphilosophie zwei bis drei Triebwerkswellen [13], die die vorhandenen Verdichter und Turbinen verbinden. Aufgrund unterschiedlicher Randbedingungen in Triebwerken, müssen Wellen individuell an das betroffene System angepasst werden.

Triebwerkswellen haben im allgemeinen die Aufgabe die Leistung von den Turbinen auf die Verdichter zu übertragen. Hierbei gilt:

$$P = T \cdot \omega = T \cdot 2 \cdot \pi \cdot n \quad (2.68)$$

Aus diesem mathematischen Zusammenhang lässt sich ableiten, dass eine Leistung, die mit höherer Drehzahl übertragen wird, zu einer geringeren Torsionsbelastung führt und somit bei der gleichen zulässigen Wellenverformung das benötigte polare Flächenmoment verringert wird. Das proportionale Verhältnis des Momentes zur Wandstärke führt dann wiederum zur Reduzierung des Wellengewichts (vgl. Abschnitt 2.2). Hierbei muss allerdings beachtet werden, dass die steigende Drehzahl auch die Fliehkraft erhöht und

somit dem positiven Effekt entgegenwirkt.

Die Ermittlung der optimalen Drehzahl ist äußerst komplex. So haben neben den Materialbegrenzungen auch die Turbinen- und Verdichtereigenschaften einen signifikanten Einfluss. Die Erhöhung der Drehzahl unterliegt darüber hinaus einer Reihe von technischen Grenzen. So werden bspw. bei modernen Triebwerken maximale Fan-Tip-Machzahl bis etwa 1,4 zugelassen, da bei der Überschreitung eine deutlichen Minderung des Fan-Wirkungsgrads zu erwarten ist und gleichzeitig der vom Fan erzeugte Lärm unzulässig stark zunimmt [21]. Diese Grenze führt tendenziell immer weiter wachsenden Fandurchmessern dazu, dass die angekoppelten Niederdruckwellen unter Umständen unterhalb der optimalen Drehzahl betrieben werden müssen. Dieser negative Effekt lässt sich durch die Erhöhung der Wellenanzahl oder durch den Einsatz eines Getriebes verringern. Das letztere Konzept ist bekannt als "Geared Turbofan".

Die Wellenkontur wird in der Regel durch die zu verbindenden Scheiben und Lagerpunkte vorgeschrieben. Die Profildicke ergibt sich dann aufgrund der eingeleiteten Belastungen, Eigenfrequenzen und Temperaturen. Zu den Belastungen zählen unter anderem die Torsion, die Zug- und Druckkräfte, die Biegemomente, die Fliehkräfte und die thermischen Spannungen.

2.4.2 Triebwerkslagerung

In Flugtriebwerken werden üblicherweise Wälzlager verbaut. Ausschlaggebend hierfür sind die sehr guten Notlauf-eigenschaften, die hohe Zuverlässigkeit, die langjährigen Einsatz Erfahrungen, die große Anzahl an Wälzkörperformen, die an die verschiedensten Belastungen angepasst sind und das nahezu konstante Anlauf- und Betriebsmoment (vgl. Unterabschnitt 2.1.2). Wälzlager bieten darüber hinaus eine hohe und gleichzeitig betriebspunktunabhängige Tragfähigkeiten bei geringem Gewicht. Angemerkt sei aber an dieser Stelle, dass in einigen Sonderfällen Gleitlager eingesetzt werden. Bei diesen müssen allerdings genauso wie bei den Magnetlagern Notfallsysteme installiert werden, um ein abrupten Triebwerksausfall zu vermeiden.

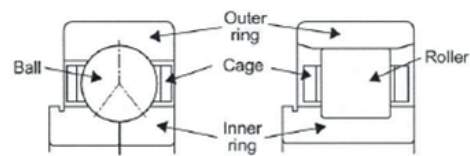


Abbildung 2.14: Triebwerkslager [22]

Als anschauliches Beispiel wird nun die Lagerung in einem dreiwelligen Triebwerk von Rolls Royce betrachtet (s. Abb. 2.15). Bei diesem werden die Belastungen durch vier Auflagepunkte auf das Gehäuse übertragen:

- "front bearing house" \Rightarrow Loslager der Niederdruckwellenlagerung
- "intermediate case" \Rightarrow Festlager der Nieder-, Mittel- und Hochdruckwellen
- "HP/IP structure" \Rightarrow Loslager der Mittel- und Hochdruckwelle
(Lagertemperaturen bis 300°C [22])
- "tail bearing housing" \Rightarrow Loslager der Niederdruckwelle

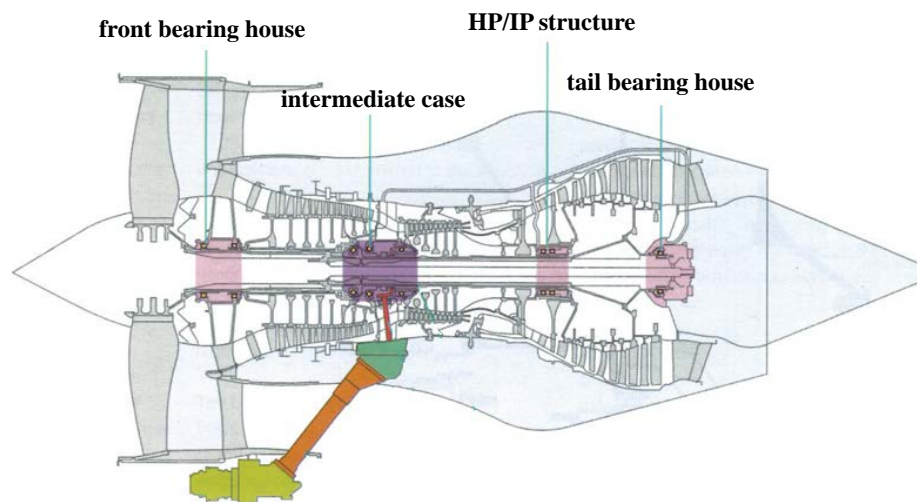


Abbildung 2.15: Dreiwelliges Triebwerk des Herstellers Rolls Royce [22]

Die Hochdruckwelle wird in dem abgebildeten Triebwerk durch ein Los- und ein Festlager fixiert, während sowohl bei der Nieder- als auch bei der Mitteldruckwelle drei Auflagepunkte benötigt werden. Dies resultiert daraus, dass die Niederdruckwelle durch die Mitteldruckwelle und diese wiederum durch die Hochdruckwelle geführt werden. Somit reduziert sich der Wellendurchmesser von der Hochdruck- zur Niederdruckwelle, während die Wellenlängen aufgrund des Triebwerksaufbaus immer weiter zunehmen. Hierdurch ergeben sich ungünstigere Widerstandsmomente, die durch die großen Hebelarme mit hohen Biegemomenten belastet werden. Diese Konstellation macht den dritten Auflagepunkt notwendig, um eine unzulässig große Verformung bzw. große Wandstärken zu vermeiden. In dem Triebwerk werden die Wellen durch jeweils zwei Los- und einem Festlager gelagert. Als Festlager dienen in der hier vorliegenden Konstruktion Dreipunktlager. Diese können im Vergleich zu einem einfachen Rillenkugellager durch den zusätzlichen Berührungspunkt nicht nur höhere Axialkräfte aufnehmen sondern bieten darüber hinaus den Vorteil, dass diese Lagerart durch den Innenring zentrisch geschmiert werden kann ohne dass die Kugeln aufgrund der Bohrungen beim Abrollen negativ beeinflusst werden könnten (vgl. Abb. 2.14). Die Realisierung der Loslager erfolgt durch den Einsatz von Zylinderrollenlagern, da diese in der Lage sind hohe radiale Kräfte aufzunehmen. Da alle Wälzlager relativ schlechte Dämpfungseigenschaften aufweisen (direkter Festkörperkontakt), besteht die Möglichkeit diese durch sogenannte "squeeze film damper" (Schmierfilmdämpfer) zu verbessern. Bei den Dämpfern umhüllt ein Ölfilm das Lager radial und fixiert dieses durch gezielte Druckbeaufschlagung im Zentrum der Bohrung [22].

Bei zweiwelligem Triebwerken werden häufig beide Wellen über lediglich zwei Lagerstellen fixiert. Bei diesen sitzt das Festlager üblicherweise an der Niederdruckwelle in der Nähe des Fans und bei der Hochdruckwelle am Anfang der Hochdruckturbine. Neben den Dreipunktlagern können je nach Belastung auch Rillenkugellager eingesetzt werden, diese weisen geringere Reibungskoeffizienten auf und sind darüber hinaus kostengünstiger [9] [23].

Somit werden in den nachfolgenden Betrachtungen die Lagertypen Rillenkugellager, Dreipunktlager und Zylinderrollenlager fokussiert.

2.4.3 Planetenradgetriebe

Planetenradgetriebe werden sowohl in den heutigen Turboprops als auch bei anderen Triebwerkskonzepten wie bspw. dem Geared Turbofan eingesetzt. Diese bieten den Vorteil, dass sie im Vergleich zu herkömmlichen Getrieben große Übersetzungen bei geringem Bauvolumen, kleinem Gewicht und guten Wirkungsgraden realisieren können.

2.4.3.1 Funktion und Aufbau

Die Abb. 2.16 zeigt zwei Planetenradgetriebe in deren Zentren sich jeweils ein Sonnenrad befindet. Dieses wird in der Regel von drei oder mehr Planetenrädern umgeben, welche wiederum von dem Hohlrad zusammengehalten werden. Die Planetenräder sind über einen sogenannten Steg miteinander verbunden und ermöglichen so, dass neben dem Sonnen- und Hohlrad auch die Planeten mit einer An- oder Abtriebswelle verbunden werden können. Dieser Aufbau gestattet es sowohl gleichsinnige als auch gegensinnige Ein- und Ausgangsdrehrichtungen zu erzeugen. Beeinflusst wird dies durch:

- die konstruktiv festgelegte Zahnzahl der Räder
- die optionale Fixierung von Rädern
- durch die Radwahl bei der Ankopplung des An- und Abtriebs

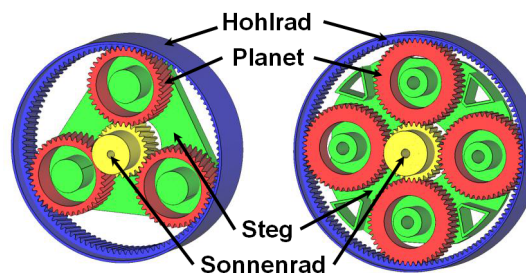


Abbildung 2.16: Planetenradgetriebe [24]

Ein weiterer Vorteil den dieser Aufbau bietet ist, dass bei Bedarf zwei An- oder Abtriebswellen angeschlossen werden können, die je nach Konstruktion gegen- oder gleichsinnige Bewegungen übertragen. Zwischen diesen beiden Wellen stellt sich ein Momentengleichgewicht ein, welches dazu führt, dass diese üblicherweise mit unterschiedlichen Frequenzen rotieren [25] [26].

2.4.3.2 Lagerungen im Planetenradgetriebe

Aufgrund der Vorteile, die durch die Entkopplung der Triebwerks- und Fandrehzahl entstehen (vgl. Unterabschnitt 2.4.1), kann davon ausgegangen werden, dass der Anteil der Triebwerke, die mit einem Planetenradgetriebe ausgestattet sind in den nächsten Jahren ansteigen wird. Deshalb werden die für diese Technik notwendigen Lagertypen in die nachfolgenden Ausarbeitungen mit aufgenommen. Zu diesem Zweck wird das Getriebe des Triebwerks "EPI TP400" als Beispiel herangezogen, das für das militärische

Transportflugzeug "A400M" entwickelt worden und in der Abb. 2.17 dargestellt ist. Das Getriebe wandelt die hohe Ausgangsdrehzahl der Turbine (A) in die von den Rotoren benötigte niedrigere Drehzahl (E) um. In dem abgebildeten Getriebe wird in der ersten Getriebestufe die Drehzahl der Turbinenwelle (A) über ein V-Getriebe gesenkt. Hierbei steht das "V" für die Form des verwendeten Zahnprofils der Stirnräder, welches im Vergleich zu geradverzahnten Stufen leiser und verschleißärmer arbeitet. Zusätzlich fixieren sie die Komponenten in axialer Richtung. Somit genügt es die dazugehörigen Wellen mit zwei Zylinderrollenlager (Loslager) zu sichern [9]. Die bereits reduzierte Drehzahl, die an der mit einem (B) markierten Welle anliegt, wird dann in das Planetenradgetriebe über das Sonnenrad eingeleitet. In der Abbildung ist dies dadurch erkennbar, dass am linken Ende der Welle (B) ein Zahnrad angebracht ist, welches beim Zusammenbau zwangsläufig über die Welle B geschoben wird und somit in die Verzahnung der Planeten (D) eingreift. Da das Hohlrad in der Abbildung nicht explizit dargestellt ist, es sich aber in dem Gehäuse (C) befinden muss, wird aufgrund der dort nicht vorhandenen Abtriebswelle angenommen, dass dieses fest verankert ist. Folglich muss der Abtrieb über den Steg erfolgen (D und E). Da dieser durch den angekoppelten Propeller mit hohen Biegemomenten belastet wird, ist die Welle (E) bis durch die Sonnenradwelle (B) verlängert worden. Dies ist an dieser Stelle notwendig, damit die Belastungen von dem betreffenden Lager besser aufgenommen werden kann. Hierdurch steigt allerdings auch die Verformung (Durchbiegung) der Stegwelle (E) an, die zu Betriebspunkt abhängigen Winkelfehlern an den Planetenradaufhängungen (D) führen. Aus diesem Grund sind dort Pendelrollenlager montiert. Die Stegwelle (E) wird hingegen über eine Fest-Loslager-Kombination fixiert.

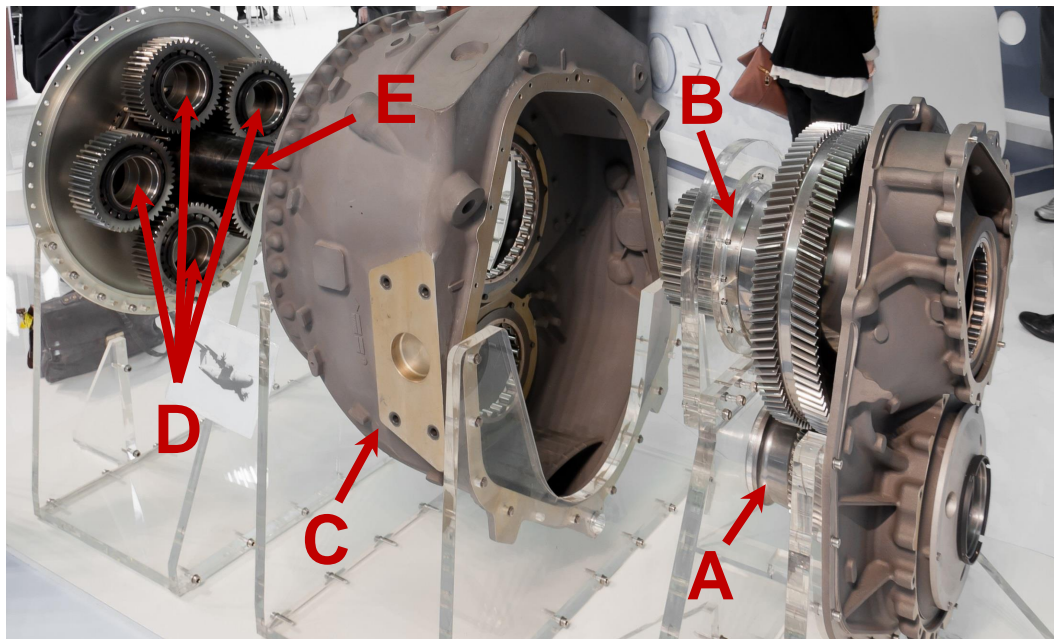


Abbildung 2.17: Getriebe des TP400 (A400M) [27]

Somit erweitert sich die Liste der Lagertypen für die nachfolgenden Betrachtungen um das Pendelrollenlager.

Kapitel 3

Vorentwurf von Wälzlagern - Verfahrensentwicklung und Umsetzung

Die Gewichtsabschätzung von Wälzlagern ist bisher in keinem der GTlab-Module berücksichtigt worden. Eine solche Gewichtsbeschreibung kann jedoch die Qualität der Vorauslegung steigern, da so die Gewichtsänderungen aufgrund von Kraft- und Bau-
größenvariationen erfasst werden können. Aus diesem Grund sind im Zuge dieser Arbeit zwei Programme entwickelt worden, welche Lagergewichte auf Vorentwurfsniveau abschätzen können. In einem ersten Schritt ist hierzu ein Verfahren entwickelt worden, in dem durch einfache geometrische Lagerdaten auf das Gewicht geschlossen werden kann (Abschnitt 3.1). Neben diesem Abschätzungsverfahren ist zusätzlich ein zweites Verfahren erstellt worden, welches auf Basis der Lagerkräfte die benötigten Tragzahlen berechnet und konkret existierende Lager aus einer Lagerdatenbank vorschlägt. Hiermit können die Gewichte nicht nur geschätzt sondern aus existierenden Herstellerdaten ausgelesen werden. Mit diesem Verfahren können sowohl die korrekten Lagerbezeichnungen, Lagermaße, Gewichte als auch die mit den betroffenen Lagern erreichbaren Lebensdauern und Tragsicherheiten ermittelt werden (Abschnitt 3.2).

3.1 Gewichtsabschätzung

3.1.1 Korrelationsentwicklung

Da in der Literatur kein geeignetes Abschätzungsverfahren zur Ermittlung von Wälzlagergewichten auf dem geforderten Vorentwurfslevel verfügbar ist und auch eine diesbezügliche Anfrage bei der Schaeffler Gruppe erfolglos blieb, wird ein eigenes Verfahren zur Erstellung einer Gewichtskorrelation für Lager entworfen. Hierzu werden die Lagerdaten aus dem FAG-Wälzlagerkatalog [28] herangezogen, da dieser alle benötigten Größen bereitstellt und frei verfügbar ist. In diesem sind neben Wellen- und Bohrungsdurchmessern, Breite, Gewicht und Tragzahlen auch viele weitere Angaben hinterlegt. Zur Korrelationserstellung werden zunächst Rillenkugellagerdaten mit dem Wälldurchmesserbereich $d = 3 \dots 300$ mm verwendet. Die Betrachtung eines einzelnen Lagertyps reicht an dieser Stelle aus, da der wesentliche Aufbau der unterschiedlichen Lagertypen ähnlich ist. Hierzu werden im Unterabschnitt 3.1.1.1 Bewertungsgrundlagen erarbeitet, bevor im Unterabschnitt 3.1.1.2 gezeigt wird, dass die Erstellung einer Korrelation unter den geforderten Randbedingungen realisierbar ist. Das geeignete Verfahren wird dann im Unterabschnitt 3.1.2 auf weitere Lagerarten und -größen übertragen. Die so entstandenen Korrelationen werden abschließend mithilfe von Lagerdaten eines anderen Herstellers [29] validiert.

Bereits im Vorfeld wurden für die Erstellung der Korrelation die zu verwendenden Bezugsgrößen festgelegt. Hierbei fiel die Wahl auf den Wellendurchmesser d und das vom Lager eingenommene Ringvolumen V_{Ring} . Der Bohrungsdurchmesser D ist als Variable nicht verwendet worden, da die Gehäusemaße in vielen Fällen erst nach der Welle festgelegt werden und somit die Verfügbarkeit beim Vorentwurf unwahrscheinlicher ist als die des Wellendurchmessers. Hierbei wird zunächst unterstellt, dass die Welle im Innenring des Lagers angebracht ist. Zusätzlich ist das Ringvolumen hinzugezogen worden, da es die Lagergeometrie genauer beschreibt. Dieses Volumen benötigt allerdings eine höhere Anzahl an Parametern und sollte deshalb nur bevorzugt werden, wenn die damit erstellten Korrelationen eine signifikant bessere Abschätzung ermöglichen.

Bei der späteren Korrelationserzeugung müssen Ziel- und Bezugsgrößen durch eine Ausgleichskurve angenähert. Dazu wird in den folgenden Abschnitten das Regressionsverfahren genutzt. Hierbei wird die quadrierten Abstände zwischen Ausgleichskurve und den dazugehörigen Konstruktionspunkten minimiert.

3.1.1.1 Bewertungsgrundlage der Korrelationen

Zur Bewertung der Approximationen werden mehrere Parameter herangezogen, wobei die Abweichung des relativen Gewichts der Wichtigste ist. Die maximal zulässige Schwankung dieses Wertes wurde nach interner Absprache bei $\pm 15\%$ festgelegt und berechnet sich mit dem Zusammenhang:

$$p = \frac{m_{approx-i} - m_i}{m_i} \quad (3.1)$$

Hierbei beschreibt $m_{approx-i}$ die Masse, die aufgrund des Ausgleichspolynoms berechnet wird und m_i die tatsächliche Lagermasse.

Für die Bewertung der Regressionskurve bietet es sich an, zusätzlich einige statistische Größen zu nutzen. Hierzu werden die Standardabweichung z , die Summe der quadrierten Residuen R^2 und das Bestimmtheitsmaß r^2 verwendet. Für die dazu notwendigen Formeln beschreibt \hat{y} den y -Wert, der sich durch die Ausgleichskurve an dem zugehörigen Abszissenwert einstellt, y der aus den Eingabedaten resultiert und \bar{y} , der arithmetische Mittelwert aus den gegebenen Werten.

Die Summe der quadrierten Residuen ist ein Maß für die Abweichung der Daten von der Ausgleichskurve und ist definiert durch:

$$R^2 = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (3.2)$$

Bei dieser Größe wird die Anzahl der Daten nicht mitberücksichtigt, weswegen sie nur eingeschränkt zur Bewertung herangezogen werden kann.

Die Standardabweichung beschreibt ebenfalls wie weit die Datenpunkte von der Ausgleichskurve abweichen. Im Gegensatz zu der Summe der quadrierten Residuen ermöglicht die Standardabweichung aber einen Vergleich von Kurven mit unterschiedlich vielen Datenpunkten, da diese Anzahl berücksichtigt wird (vgl. Formel 3.3). Zusätzlich kann mithilfe dieser Größe eine Aussage über den prozentualen Anteil der Daten getroffen werden, die sich in einem definierten Abstand zu der Ausgleichskurve befinden,

wenn deren Abweichung näherungsweise einer Normalverteilung entspricht. Da dies im vorliegenden Fall nicht vorausgesetzt werden kann, ist diese Größe lediglich als Indikator für die Güte der Näherung zu betrachten. Berechnet wird die Standardabweichung mit:

$$z = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{R^2}{n-1}} \quad (3.3)$$

Wobei n für die Anzahl der verwendeten Datenpunkte steht.

Das Bestimmtheitsmaß beschreibt wie gut die berechnete Funktion die gegebenen Daten wiedergibt. Dieses setzt die quadrierte Summe der Residuen ins Verhältnis zu der quadrierten Abweichung zwischen den Daten und dem zugehörigen Durchschnittswert und berechnet sich durch:

$$r^2 = \frac{A^2 - R^2}{A^2} = 1 - \frac{R^2}{A^2} \quad \text{mit} \quad A^2 = \sum (y_i - \bar{y})^2$$

Bei einer Ausgleichskurve mit $r^2 = 1$ können somit alle Eingangswerte optimal wiedergegeben werden, da die Summe der quadrierten Residuen R^2 zu Null werden muss. Da bei Kurven mit $R^2 \neq 0$ auch die Abweichungen vom arithmetischen Mittel durch A^2 mit in das Bestimmtheitsmaß eingehen, ist ein Vergleich nur sinnvoll solange alle Werte auf eine gemeinsame Basis bezogen werden [30] [31].

3.1.1.2 Korrelationsansatz - Direkter Gewichtsbezug

Der erste Ansatz setzt die Lagermassen und Wellendurchmesser bzw. das vom Lager eingenommene Ringvolumen ins Verhältnis. Bei der Auftragung der Masse über den

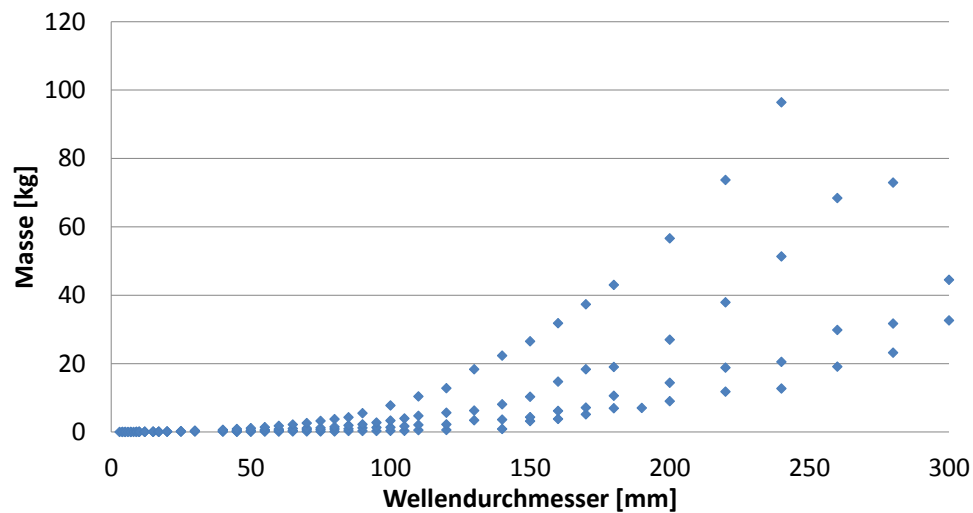


Abbildung 3.1: Gewicht über den Wellendurchmesser

Wellendurchmesser (Abb. 3.1) sind verschiedene Verläufe erkennbar, die bei steigendem Durchmesser stärker divergieren. Zu vermuten ist, dass dieses Verhalten auf die verschiedenen Maßreihen der Lager zurückzuführen ist. Trotz dieser Abweichungen sind aus der hinterlegten Punkteschar Regressionskurven ersten und zweiten Grades erzeugt

worden. Darüber hinaus ist in der Abb. 3.2 die Masse über das vom Lager eingenommenen Ringvolumen V_{Ring} dargestellt. Hieraus sind aufgrund des Verlaufs Polynome ersten und dritten Grades angefertigt worden. Das Ringvolumen wird hierzu über die folgende Formel berechnet.

$$V_{Ring} = \pi \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot B \quad (3.4)$$

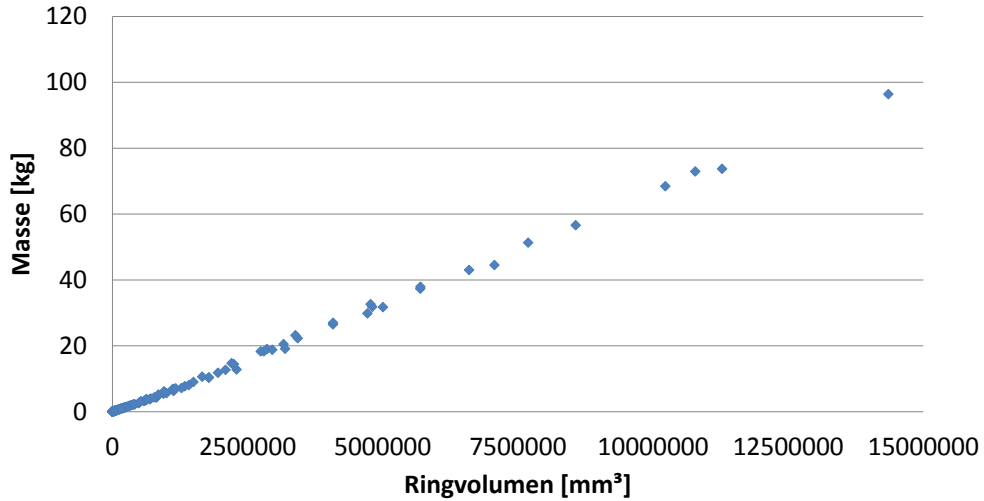


Abbildung 3.2: Gewicht über das Ringvolumen

Da die Korrelationen hier lediglich zur Bewertung des Erstellungsverfahrens dienen, wird auf eine genaue Angabe der dazu ermittelten Parameter verzichtet, da diese keinen Mehrwert bieten. Die erreichte Genauigkeit der erzeugten Korrelationen sind in Abb. 3.3 visualisiert. Das Diagramm im oberen Bereich vergleicht alle vier Korrelationen. Hierbei zeigt sich, dass die relativen Gewichtsabweichungen bei keinem der erstellten Polynome die geforderten $p = \pm 15\%$ einhält. Aufgrund der großen Spreizung der Datenpunkte bei der Auftragung von Lagermasse über Wellendurchmesser (vgl. Abb. 3.1), ist nicht zu erwarten, dass eine Erhöhung des Polynomgrades die Qualität verbessern kann. Falls die divergierenden Verläufe durch die Maßreihen der Lager hervorgerufen werden, könnte die Einführung einer weiteren Variable, die die Maßreihe berücksichtigt zur Verbesserung beitragen (vgl. Unterabschnitt 2.1.2.6). Das hierzu nötige Detailwissen über die Lagerung übersteigt allerdings die Ebene des Vorentwurfs und scheidet somit als Möglichkeit für den geforderten Anwendungsfall aus.

Um eine ganzheitliche Aussage über die Annäherung treffen zu können, werden die statistischen Werte aus der Tabelle 3.1 herangezogen. Da in diesem Fall alle vier Korrelationen auf denselben Rohdaten basieren, können die dort hinterlegten Größen uneingeschränkt miteinander verglichen werden. Die Werte zeigen, dass aufgrund des Bestimmtheitsmaßes und der Summe der quadrierten Residuen das volumenbezogene Polynom dritten Grades den vorgegebenen Verlauf besser nachbilden kann als das Polynom ersten Grades. Beide volumenbezogenen Polynome liefern aber eine wesentlich bessere Annäherungen als das auf den Wellendurchmesser bezogene Polynom. Dasselbe Ergebnis zeigt auch die Visualisierung der relativen Massenabweichungen in dem

Korrelation über	Polynomgrad	z	R^2	r^2
Wellendurchmesser d	1	11,3281	17580,7765	0,5340
Wellendurchmesser d	2	10,6390	15393,7063	0,5920
Ringvolumen V_{Ring}	1	0,5504	41,8079	0,9988
Ringvolumen V_{Ring}	3	0,4667	30,0674	0,9992

Tabelle 3.1: Statistische Größen

unterem Diagramm der Abbildung 3.3. Da allerdings die geforderten $p = \pm 15\%$ nicht eingehalten werden können, ist die Verwendung der Korrelation in der jetzigen Form nicht möglich.

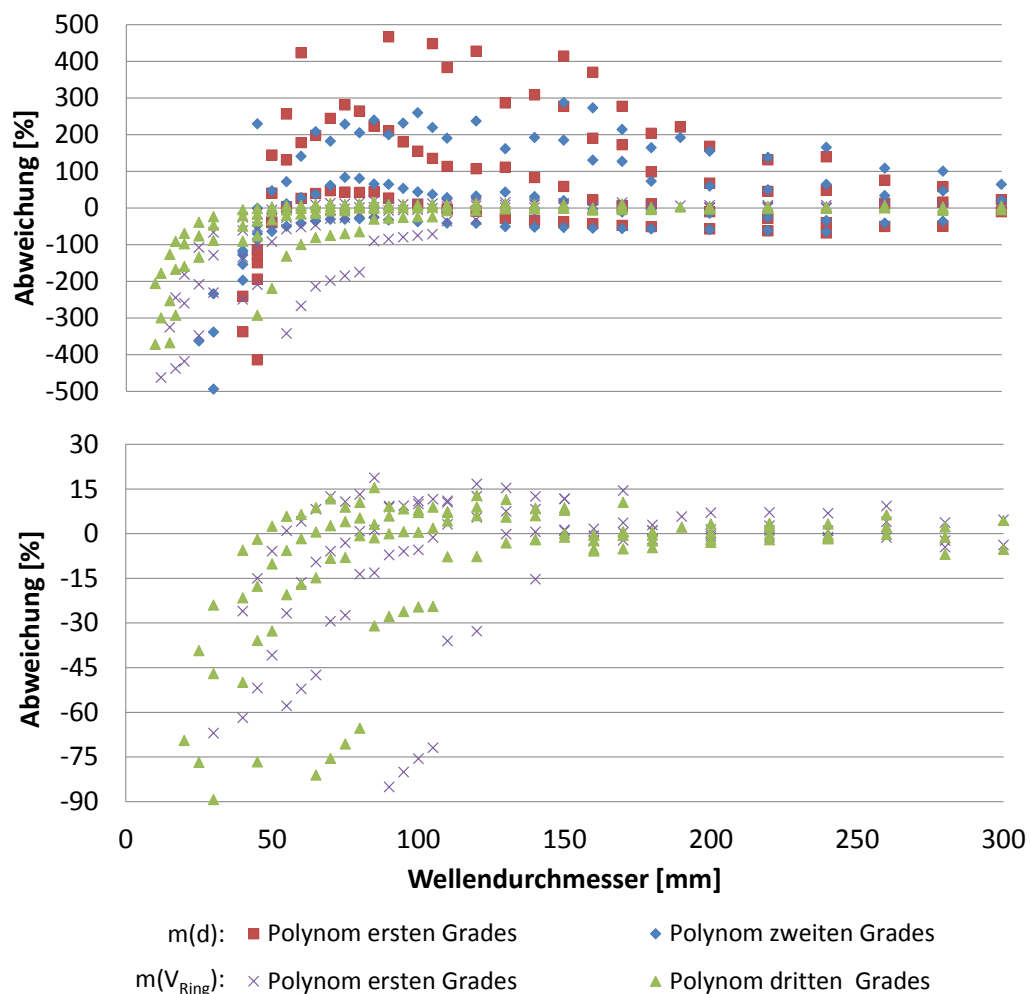


Abbildung 3.3: oben: Vergleich beider Herangehensweisen

unten: Abweichung der ringvolumenbezogenen Korrelation

Hervorzuheben ist, dass die Abweichungen bei den volumenbezogenen Polynomen ab einem Wellendurchmesser $d > 105$ mm rapide abnehmen (vgl. untere Abb. 3.3). Eine Verbesserung des Verhaltens durch Erhöhung des Polynomgrades ist auch bei dieser

Korrelation nicht zielführend, da bereits das Bestimmtheitsmaß bei der Annäherung mit dem Polynom ersten Grades näherungsweise Eins ist und die Genauigkeit im Vergleich zum Polynom dritten Grades kaum verbessert werden konnte. An dieser Stelle sei noch einmal darauf hingewiesen, dass die statistischen Werte keine direkte Aussage über die Zielgröße "relative Massenabweichung" tätigen, sondern lediglich beschreiben wie gut die gewonnenen Korrelationen den Datenverlauf nachbilden können. Mit diesen Größen sind somit nur die Summen der absoluten Abweichung des Polynoms zu den tatsächlichen Daten bewertbar.

3.1.1.3 Korrelationsansatz - Fiktive Dichte

Bei dem bisher betrachteten Korrelationsansatz zeigte sich, dass die volumenbezogene Approximation bei höheren Wellendurchmessern bereits gute Ergebnisse liefern, daher wird bei diesem Ansatz der dahinterliegende Grundgedanke erneut aufgegriffen. Die nun folgenden Anpassungen beruhen auf der Annahme, dass durch eine Veränderung der Datenanordnung die Genauigkeit im kleineren Wellendurchmesserbereich erhöht werden kann. Hierzu wird eine "fiktive Dichte" eingeführt, die erneut das Ringvolumen ins Verhältnis zur Masse setzt, diese Größe wird dann über den Wellendurchmesser und das Ringvolumen aufgetragen. Die hierzu benötigte Dichte wird über den folgenden Zusammenhang berechnet.

$$\varrho_f = \frac{m_{Lager}}{V_{Ring}} = \frac{m_{Lager}}{\pi \cdot \frac{D^2 - d^2}{4} \cdot B} \quad (3.5)$$

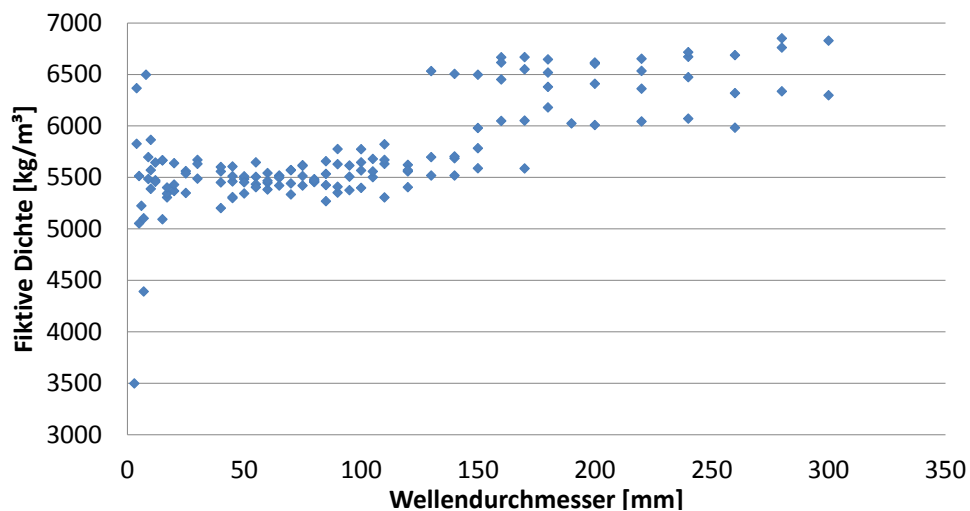


Abbildung 3.4: Verteilung der fiktiven Dichte über den Wellendurchmesser

Die Dichte wird hier als "fiktiv" bezeichnet, da diese das gesamte Lagergewicht (Öl, Kugeln, Käfig, Dichtungen, Lagerluft usw.) auf das von dem Lager eingenommene Ringvolumen bezieht und somit nicht wie sonst üblich ein einzelnes Bauteil beschreibt. Der Verlauf der fiktiven Dichten ist in der Abbildung 3.4 über dem Wellendurchmesser aufgetragen. Hierbei fällt auf, dass in dem Durchmesserbereich von $d \approx 110 \dots 175$ mm die fiktive Dichte sprunghaft ansteigt. Die Abbildung 3.5 zeigt wie sich die Dichte über das Lagervolumen verändert. Bei dieser Auftragung streuen die Dichten im unteren Volumenbereich relativ stark, weisen allerdings keinen Sprung auf. Aufgrund der Verläufe

werden die wellendurchmesserbezogenen Regressionskurven mit Polynomen ersten und zweiten Grades beschrieben, während für die volumenbezogenen Kurven Polynome ersten und dritten Grades verwendet werden.

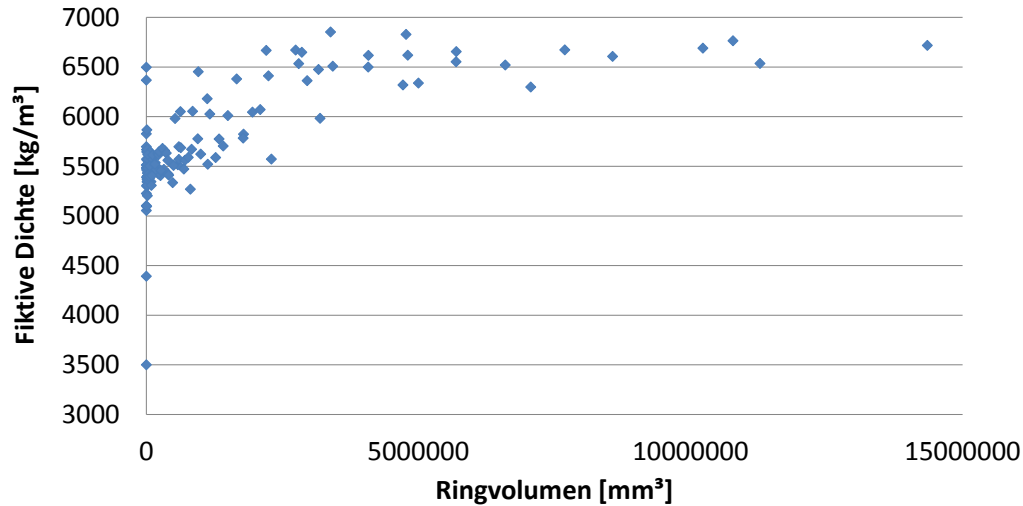


Abbildung 3.5: Verteilung der fiktiven Dichte über das Ringvolumen

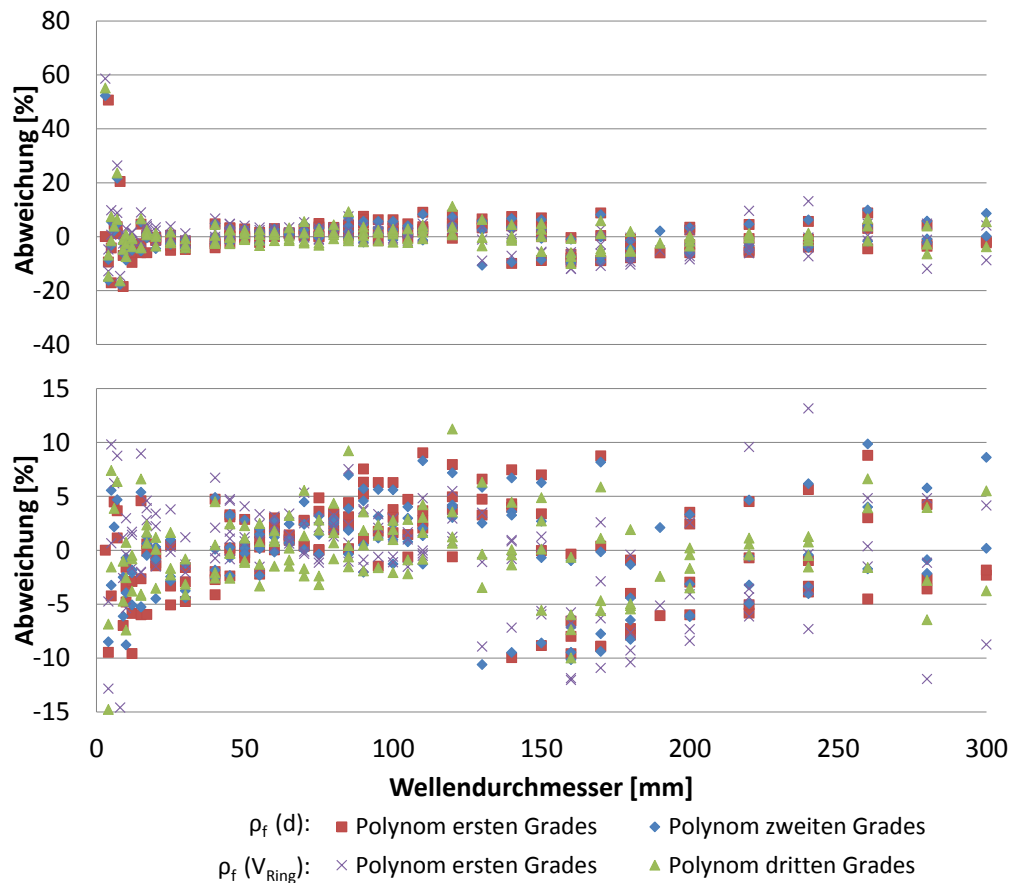
In der Abb. 3.6 sind die hiermit erreichten prozentualen Abweichungen der relativen Masse über die verschiedenen Wellendurchmesser der Lager aufgetragen. Den dort abgebildeten Grafiken kann entnommen werden, dass beide Vorgehensweisen in der Lage sind die geforderte Abweichung von $p = \pm 15\%$ in fast dem gesamten Beobachtungsbereich einzuhalten. Die Überschreitungen im Bereich von $d < 20$ mm sind an dieser Stelle tolerierbar, da die benötigten Lagerkorrelationen nach internen Vorgaben auf die Verwendung in dem Wellendurchmesserbereich $d = 50 \dots 500$ mm beschränkt sind. Das wellendurchmesserbezogene Polynom ersten Grades zeigt in dem vorliegenden Fall ein sehr gutes Verhalten, da es im gesamten Bereich die kleinsten relativen Abweichungen aufweist und darüber hinaus ähnliche Werte bei der Summe der Residuen-Quadrate, dem Bestimmtheitsmaß und der Standardabweichung wie das Polynom zweiten Grades erreicht (vgl. Tab. 3.2). An dieser Stelle sei aber noch einmal darauf hingewiesen,

Korrelation über	Polynomgrad	z	R^2	r^2
Wellendurchmesser d	1	340,0443	0,5458	15956959,8384
Wellendurchmesser d	2	337,7220	0,5520	15739753,8998
Ringvolumen V_{Ring}	1	357,5082	0,4979	17638075,1764
Ringvolumen V_{Ring}	3	298,5226	0,6499	12297976,3593

Tabelle 3.2: Statistische Größen

dass durch das Bestimmtheitsmaß kein direkter Rückschluss auf die relative Massenabweichung getätigt werden kann, da diese die Abweichung aller Punkte gleich gewichtet, während die relative Massenabweichung die absolute Gewichtsabweichung im Verhältnis zum jeweiligen Lagergewicht betrachtet. Aus diesem Grund müssen die volumenbezogenen Korrelationen schlechter bewertet werden, obwohl die Bestimmtheitsmaße höhere

Werte annehmen. Ein Vergleich der hier ermittelten statistischen Größen mit denen aus der Tabelle 3.1 ist nicht sinnvoll, da die Ordinatenachsen mit anderen Einheiten belegt sind und die Werte aufgrund des eben beschriebenen Effekts keine direkte Aussage über die relative Masse zulassen. Somit werden die volumenbezogenen Näherungen als unterlegen eingestuft, da die statistischen Werte schlechter sind und zusätzlich eine höhere Parameteranzahl zur Bestimmung der fiktiven Dichte notwendig ist.



Abbildungung 3.6: Abweichungen der Korrelationen (oben: Darstellung aller Punkte; unten: Darstellung ohne die Ausreißer in dem Bereich $d < 30mm$)

Im Anschluss können die Lagergewichte bestimmt werden, indem die errechneten fiktiven Dichten ρ_f mit dem dazugehörigen Ringvolumen V_{Ring} multipliziert werden.

3.1.1.4 Korrelationsansatz - Erweiterte fiktive Dichte

Obwohl bereits der Ansatz über die fiktive Dichte zu zufriedenstellenden Ergebnissen geführt hat, wird bei diesem Ansatz versucht die Genauigkeit durch weitere Modifikationen zu verbessern. Hierzu wird die fiktive Dichte durch das Verhältnis von Wellen- und Bohrungsdurchmesser zur Lagerbreite erweitert und dem Wellendurchmesser gegenübergestellt. Die Auftragung über das Ringvolumen wird bei diesem Ansatz ausgelassen, da diese Größe bereits indirekt über die Erweiterung der fiktiven Dichte eingeht.

1. Verfahren: Das erste Verfahren ergänzt den vorherigen Ansatz um den Kehrwert der Differenz des Durchmessers bezogen auf die Breite. Hierdurch ergibt sich eine Größe, die mit:

$$y_1 = \frac{\varrho_f \cdot B}{D - d} \quad (3.6)$$

berechnet wird. Hinter dieser Größe steckt die Annahme, dass bei wachsender Durchmesserdifferenz die Kippmomente, die auf das Lager wirken, steigen, da die angreifenden Kräfte mit einem größer werdenden Hebelarm wirken. Abfangen ließen sich diese Momente über die Lagerbreite, die wiederum einen direkten Einfluss auf das Ringvolumen und somit auch auf die fiktive Dichte hat. Der hieraus resultierende Verlauf ist

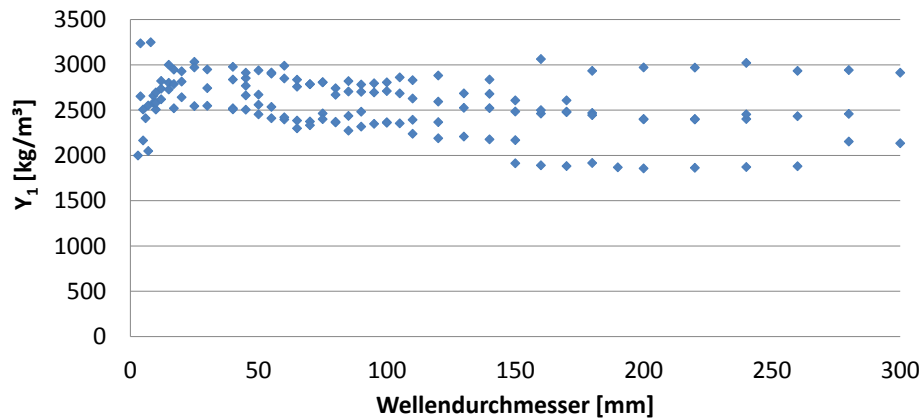


Abbildung 3.7: Fiktive Dichte über linearer Durchmesserdifferenz bezogen auf lineare Breite

in Abb. 3.7 dargestellt. Es ist eine relativ große Streuung des Werts erkennbar, die bei wachsendem Wellendurchmesser stärker wird und zu leicht fallenden y_1 -Werten führt. Aufgrund der Verteilung wird für dieses Verfahren eine lineare Regressionskurve erstellt.

2. Verfahren: Hierzu wird der Gedankenansatz vom vorherigen Verfahren noch einmal aufgegriffen und geprüft, ob das dort beschriebene Verhalten proportional zur quadratischen Durchmesserdifferenz ist. Hierdurch wird die betrachtete Größe über den Zusammenhang:

$$y_2 = \frac{\varrho_f \cdot B}{D^2 - d^2} \quad (3.7)$$

berechnet. Der hierdurch erzeugte Verlauf ist in der Abbildung 3.8 dargestellt. Diese zeigt einen schnell fallenden Verlauf mit einer geringen Streuung. Da sich bei steigendem Wellendurchmesser die Daten der Abszissenachse approximieren, wird dieser Verlauf mit einer exponentiellen Funktion angenähert. Aus den hier gewonnenen Korrelationen lassen sich die Lagergewichte über die Zusammenhänge 3.8 berechnen:

$$m \approx f(d) \cdot x_{a3} \cdot V_{Ring} \quad (3.8)$$

mit: $x_{a3} = \frac{B}{D - d}$ bzw. $x_{a3} = \frac{B}{D^2 - d^2}$

und führen zu den in Abb. 3.9 dargestellten relativen Gewichtsabweichungen. Beide Verfahren dieses Ansatzes zeigen ähnliche Abweichungen im Bereich $p \approx \pm 40\%$ und

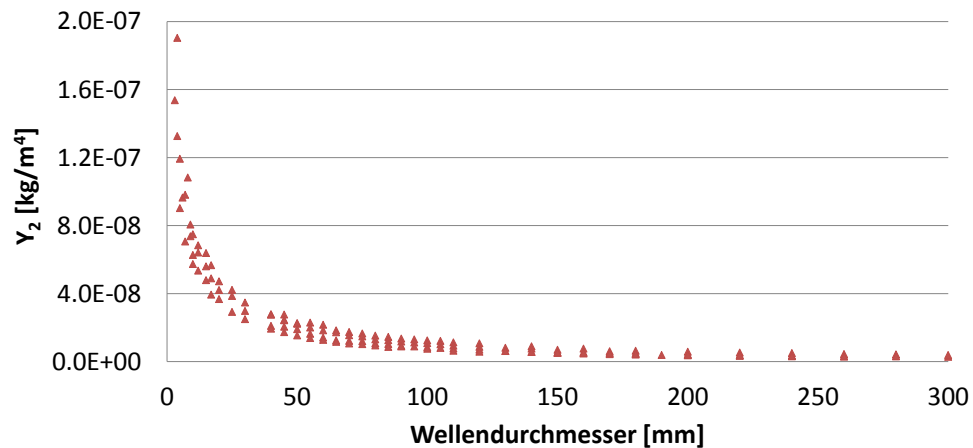


Abbildung 3.8: Fiktive Dichte über quadratischer Durchmesserendifferenz bezogen auf lineare Breite

sind somit außerhalb der geforderten Genauigkeit. Die Erweiterungen zeigen eine Verschlechterung der Korrelationen und werden deshalb nicht verwendet. Auf die Diskussion und Darstellung der statistischen Größen wird an dieser Stelle verzichtet, da diese keinen weiteren Erkenntnisse enthalten.

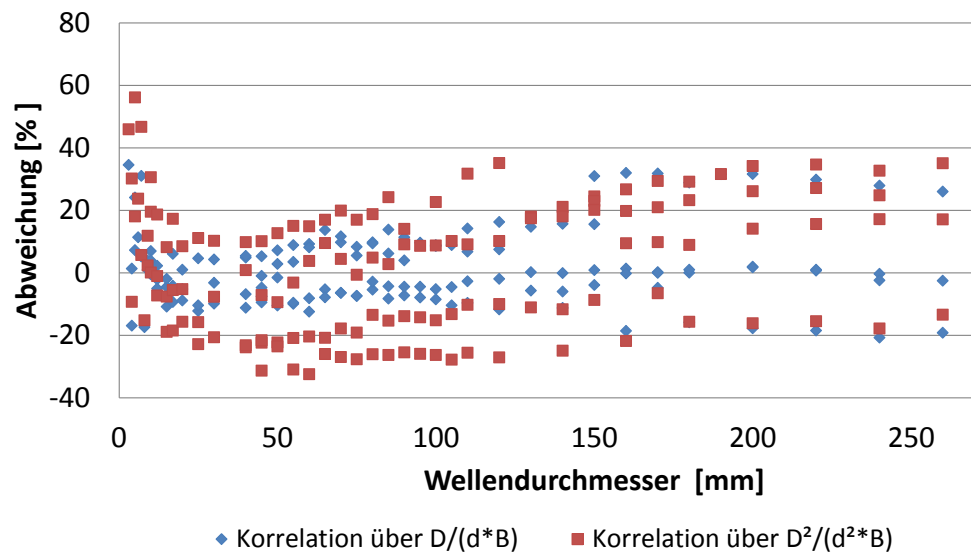


Abbildung 3.9: Abweichungen der Korrelationen

3.1.1.5 Verwendungsgrenzen

In diesem Unterkapitel wird das Inter- und Extrapolationsverhalten der erzeugten Korrelationen genauer betrachtet. Aufgrund dieser Betrachtung soll eingeschätzt werden, in welchem Maße unphysikalische Ergebnisse zu erwarten sind und somit Anwendungsgrenzen definiert werden. Zur Festlegung dieser Grenzen sind die gewonnenen Polynome auf Wellendurchmesser angewandt worden, die nicht von den Basisdaten abgedeckt wurden. Da im vorherigen Unterabschnitt 3.1.1.2 die Korrelation, die aus der

Gegenüberstellung von fiktiver Dichte zum Wellendurchmesser die besten Ergebnisse liefert, wird hier auf die Analyse der anderen Verfahren verzichtet. Die resultierenden fiktiven Dichten für den Wellendurchmesserbereich $1 \leq d \leq 2000$ mm sind hierzu in Abb. 3.10 dargestellt. In dem dort dargestellten Diagramm sind die Wellendurchmesserbereiche ausgegraut, die aufgrund der internen Anforderungen nicht von den Korrelationen abgedeckt werden müssen. Es ist erkennbar, dass die Approximation zweiten Grades bei einem Wellendurchmesser von 1650 mm negative Dichten aufweist. Diese Annahme führt bei Gewichtsberechnungen zu dem Resultat, dass ein größeres Lager das Gewicht des Triebwerks absenken würde und ist somit als unphysikalisch einzustufen. Das Polynom ersten Grades übersteigt hingegen bei $d \approx 950$ mm die Dichte von Stahl (horizontale Strich-Punkt-Linie bei $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$), auch dieses Verhalten ist als unphysikalisch einzuordnen. Nur das Polynom dritten Grades liefert über den gesamten betrachteten Bereich plausible Ergebnisse und ist somit für Extrapolationen am ehesten geeignet. In dem geforderten (nicht ausgegrauten) Bereich liefern alle drei Polynomgrade plausible Ergebnisse, wodurch alle zur Interpolation freigegeben werden können. Die bisher erstellten Polynome ließen sich somit in der jetzigen Form durch Extrapolation bis $d = 500$ mm verwenden. Da in dem folgenden Unterabschnitt 3.1.2 die Basisdaten für die Korrelation erweitert werden, kann jedoch auf eine Extrapolation für den jetzigen Anwendungsfall verzichtet werden. Zusätzlich sei an dieser Stelle angemerkt, dass das Verhalten der Polynome von den Eingangsdaten abhängt. Deshalb muss das Extrapolationsverhalten für andere Datensätze erneut geprüft und etwaige Einschränkungen festgelegt werden. Diese Betrachtung zeigt aber bereits, dass eine Extrapolation nicht immer zu sinnvollen Ergebnissen führt und deshalb nach Möglichkeit vermieden werden sollte. Falls trotz allem außerhalb des Datengebiets Berechnungen durchzuführen sind, sollte das Verhalten nach dem hier vorgestellten Schema kontrolliert werden.

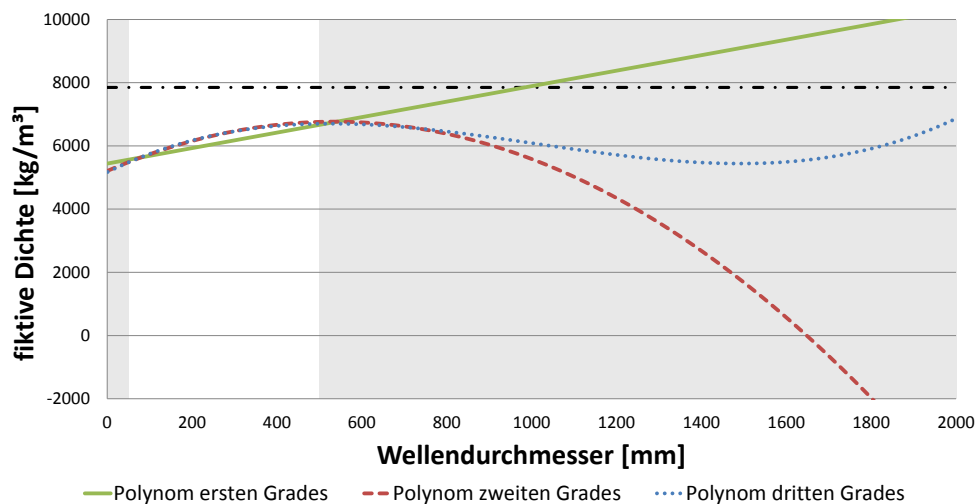


Abbildung 3.10: Dichteverläufe der Korrelationen des Ansatzes - Fiktive Dichte

3.1.2 Korrelationserstellung

Durch die Vorstudie konnte gezeigt werden, dass mit dem Ansatz "Fiktive Dichte" nutzbare Korrelationen für Rillenkugellager erzeugt werden konnten. Diese wird bei

den Rillenkugellagern auf das geforderte Gebiet erweitert und darüber hinaus auf Zylinderrollenlager, Pendelrollenlager und Vierpunktlager übertragen. Die Anforderungen an die Korrelationen bleiben die Gleichen wie zuvor. Es muss der Wellendurchmesserbereich $d = 50 \dots 500$ mm abgedeckt werden und die relative Massenabweichung darf hierbei $p = \pm 15\%$ nicht übersteigen. Zur Übersichtlichkeit werden in diesem Unterabschnitt die zu verwendenden Einheiten für die Korrelationen global definiert. Die erstellten Korrelationen ergeben die fiktive Dichte ρ_f in kg/m^3 , wenn der Wellendurchmesser d in mm eingesetzt wird.

3.1.2.1 Rillenkugellager

Für die Erstellung der Korrelation des Rillenkugellagers liefert der Wälzlagerkatalog [8] Informationen für die Wellendurchmesser $d = 3 \dots 850$ mm, da der Bereich $d < 30$ mm starke Streuungen und Unregelmäßigkeiten bei der relativen Dichte aufweist, fließen nur die Lagerdaten $d \geq 30$ mm ein. Die durch diese Daten erstellte Regressionskurve der fiktiven Dichte lautet für Rillenkugellager:

$$\rho_f(d) = 2,80819552860253 \cdot 10^{-06} \cdot d^3 - 0,00849743625103389 \cdot d^2 + 6,61046084260282 \cdot d + 5167,45330414385 \quad (3.9)$$

Die hieraus resultierenden Massenabweichungen sind in der Abb. 3.11 dargestellt. Es ist

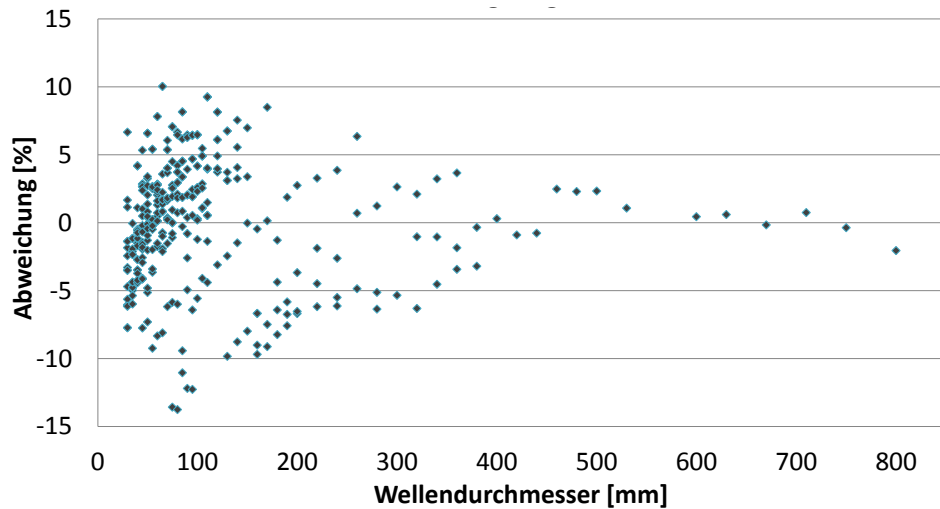


Abbildung 3.11: Korrelationsabweichungen bei Rillenkugellagern

erkennbar, dass die Anzahl der Lagerrohdaten mit steigendem Durchmesser abnehmen und die Abweichungen unter den geforderten Grenzen bleiben. Fast alle Punkte bewegen sich in dem Bereich von $-13\% < p < 10,3\%$. Außerhalb dieses Bereiches liegen lediglich zwei Lager: das erste weist bei $d = 45$ mm eine Abweichung von $p = -22,4\%$ auf und das zweite bei $d = 55$ mm eine Differenz von $71,4\%$. Zu vermuten ist, dass das Gewicht des ersten Lagers unterschätzt wird, da dieses einen auffällig großen Bohrungsdurchmesser ($D = 120$ mm) bei einer kleinen Lagerbreite ($B = 29$ mm) aufweist und deshalb der Anteil des metallischen Volumens am Ringvolumen sinkt. Die große Abweichung beim zweiten Lager kann nicht auf auffällige geometrische Daten zurückgeführt werden, deshalb wird diese vermutlich durch ein anderes Material, einer geringeren

Wälzkörperanzahl oder auch durch die bei der Lagerausführung nicht vorhandenen Dichtung hervorgerufen.

Um das Verhalten des Polynoms bei Extrapolation einschätzen zu können, ist eine Parameterstudie erstellt worden (Abb. 3.15). Diese zeigt, dass grundsätzlich eine Extrapolation für den Wellendurchmesser $d > 850$ mm möglich ist ohne unphysikalische Ergebnisse zu erhalten (vgl. Unterabschnitt 3.1.1.5). Dabei sollten die berechneten Gewichte in der Nähe des Sattelpunktes $d \approx 1500$ mm besonders kritisch hinterfragt werden.

3.1.2.2 Zylinderrollenlager

Für diesen Lagertyp liegen Lagerdaten im Bereich von $d = 15 \dots 710$ mm vor. Allerdings werden für diesen Lagertyp mit derselben Begründung wie bei den Rillenkugellagern nur Lager mit einem Wellendurchmesser $d \geq 30$ mm genutzt. Die so gewonnene Regression lautet:

$$\varrho_f(d) = 0,0000209008476779141 \cdot d^3 - 0,0276365347687706 \cdot d^2 + 10,7592775293659 \cdot d + 5256,57102595919 \quad (3.10)$$

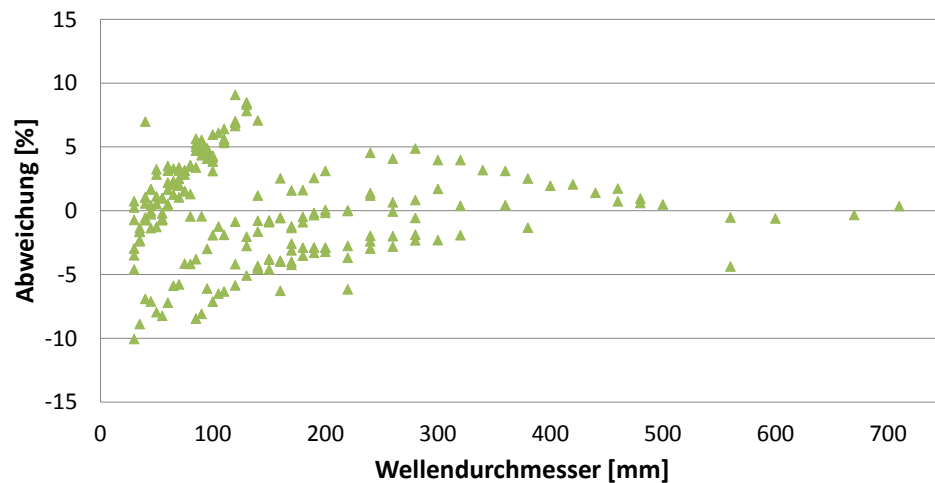


Abbildung 3.12: Korrelationsabweichungen bei Zylinderrollenlagern

Mit dieser Funktion wird eine relative Abweichung des Gewichts von $p \approx \pm 10\%$ erreicht, die detaillierten Ergebnisse sind in der Abb. 3.12 dargestellt. Anders als bei dem Rillenkugellager gibt es bei diesen Daten keine Ausreißer. Dies ist sowohl auf die geringere Rohdatenmenge als auch auf die kleinere Anzahl an Bauformen zurückzuführen.

Bei den Zylinderrollenlagern müssen Ergebnisse, die durch Extrapolation in dem Bereich $d > 710$ mm ermittelt worden sind, aufgrund der starken Steigung (vgl. Abb. 3.15) kritisch hinterfragt werden. Da die fiktive Dichte am Ende des Datenbereichs ansteigt, wird bei einer Extrapolation das Gewicht eher überschätzt und somit werden bei Optimierungsprozessen die kleineren Lager bevorzugt.

3.1.2.3 Pendelrollenlager

Der Wälzlagerkatalog [8] liefert für die Pendelrollenlager Daten in dem Wellendurchmesserbereich $d = 5 \dots 900$ mm. Für die Korrelationserzeugung werden allerdings, wie bei den vorhergehenden, lediglich die Lager mit Wellendurchmessern $d \geq 30$ mm berücksichtigt. Hieraus resultiert eine Regressionskurve, die durch

$$\varrho_f(d) = 3,18594365718931 \cdot 10^{-06} \cdot d^3 - 0,00540916718553999 \cdot d^2 + 3,29171152866986 \cdot d + 5762,93743041756 \quad (3.11)$$

beschrieben wird. Auch bei dieser Korrelation werden die Vorgaben in weiten Teilen eingehalten. Bei den meisten Lagern bewegen sich die Abweichungen in dem Bereich $p \approx \pm 10\%$. Lediglich sieben Lager überschreiten die vorgegebene Genauigkeit und befinden sich somit außerhalb des Darstellungsbereichs der Grafik 3.13. Hiervon wird das Gewicht von sechs der sieben überschätzt. Das führt in späteren Überschlagsrechnungen zu einer konservativeren Abschätzung. Das verbleibende Lager wird zu leicht prognostiziert und erreicht eine Abweichung von $-15,1\%$. Dies führt dazu, dass die vorliegenden Überschreitungen als vernachlässigbar eingestuft werden können.

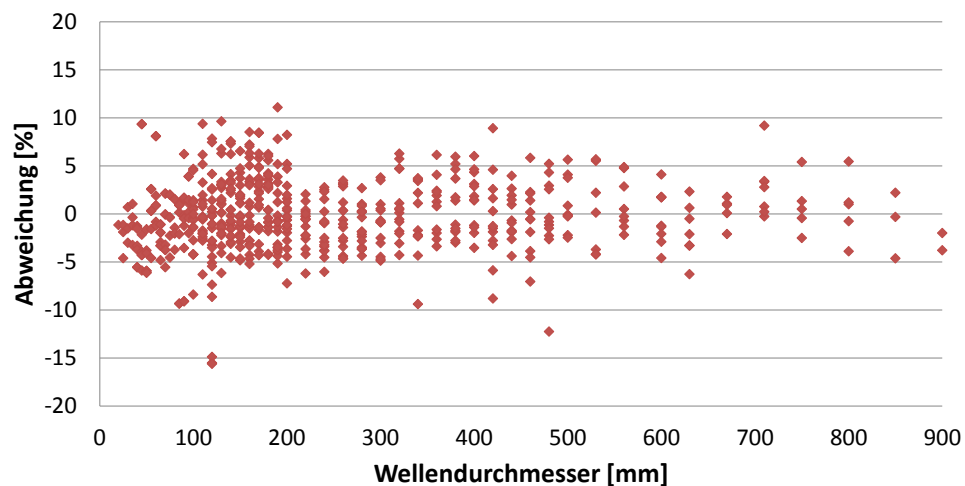


Abbildung 3.13: Korrelationsabweichungen bei Pendelrollenlagern

Von einer Extrapolation des Pendelrollenlagerpolynoms ist aufgrund der starken Steigung am Ende der Datenpunkte abzuraten (vgl. Abb. 3.15). Falls dies allerdings gezielt zugelassen wird, ist anzunehmen, dass es durch die starke Dichtezunahme bei $d > 900$ mm wie bei den Zylinderrollenlagern zu einer Überschätzung des Gewichts kommt.

3.1.2.4 Vierpunktlager

In Triebwerken ist es üblich, die axialen Kräfte über Dreipunktlager aufzunehmen. Da keine Daten zu dieser Art von Kugellagern vorliegen, muss hier von einer anderen Lagerart auf das Gewicht geschlossen werden. Aufgrund des ähnlichen Aufbaus wird in einem ersten Schritt geprüft, ob die Gewichtskorrelation für Rillenkugellager auch für Vierpunktlager gültig ist. Falls dies zuträfe, wäre auch der Übertrag auf die

Dreipunktlager möglich, da diese Lagerart den Rillenkugellagern noch stärker ähnelt (vgl. Unterabschnitt 2.1.2.5). Die entstehenden Abweichungen bei der Anwendung des Rillenkugellagerpolynoms sind in der Abb. 3.14 durch die quadratischen Datenpunkte visualisiert. Der Verlauf zeigt, dass das Gewicht für den gesamten Bereich zu leicht und mit hohen Abweichungen beschrieben wird. Um die geforderten Randbedingungen einzuhalten, muss deshalb für diesen Lagertyp eine neue Korrelation erstellt werden.

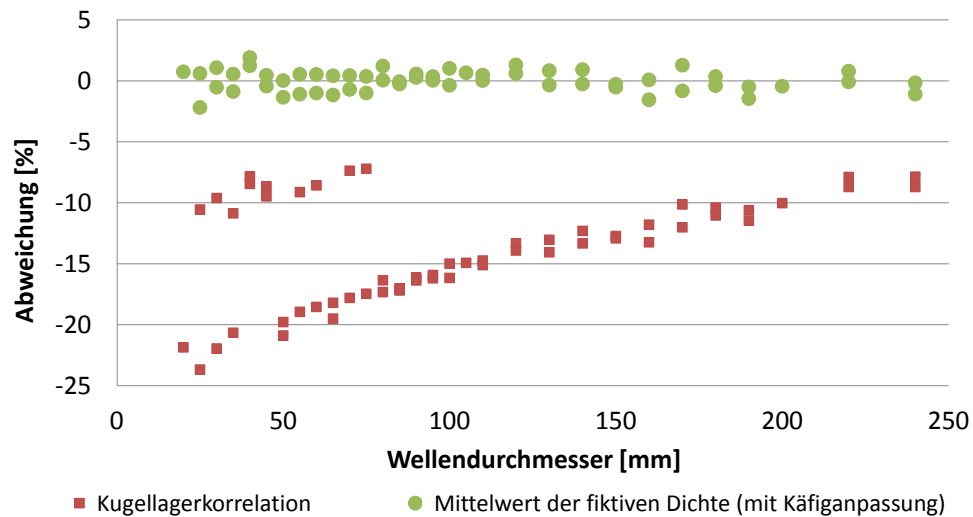


Abbildung 3.14: Korrelationsabweichungen bei Vierpunktlagern

Bei der genaueren Analyse der Daten konnte zusätzlich festgestellt werden, dass die Gruppe von Lagern, die mit $p \approx -10\%$ deutlich von den restlichen abweicht, Polyamid als Käfigmaterial verwenden. Berücksichtigt man diese Besonderheit und erzeugt aus den hierdurch geteilten Rohdaten das arithmetische Mittel der fiktiven Dichte, so wird eine sehr gute Näherung an die Lagerdaten (Kreise) erzielt. Da für die spätere Anwendung nur Lager mit Massivkäfig aus Messing von Interesse sind, wird der Mittelwert nur auf Basis der benötigten Lagerausführung erstellt und die fiktive Dichte durch:

$$\varrho_f(d) = \text{konst.} = 6828,922838 \quad (3.12)$$

angenähert. Die wesentlich bessere Beschreibung des Gewichts, im Gegensatz zu den vorherigen Lagertypen, resultiert aus der geringen Datenanzahl und daraus, dass diese nur zwei sehr ähnliche Ausführungen enthalten. Die geringe Rohdatendichte hat zusätzlich den Nachteil, dass der geforderte Wellendurchmesserbereich nicht abgedeckt werden kann. Hieraus ergeben sich zwei mögliche Vorgehensweisen: es kann entweder ohne Validierung extrapoliert oder die Korrelation nur für den reduzierten Wellendurchmesserbereich freigeben werden. Da die fiktive Dichte für die Vierpunktlager über eine Konstante beschrieben wird und diese somit zu keinen unphysikalischen Ergebnissen führen kann, wird die Extrapolation bis zu dem Wellendurchmesser $d = 500\text{mm}$ zugelassen, solange bei der späteren programmtechnischen Umsetzung eine Warnmeldung bei Berechnungen in diesem Bereich ausgegeben wird. Da die benötigten Dreipunktlager voraussichtlich zwischen den Gewichtsnäherungen des Rillenkugellagers und des Vierpunktlagers liegen, sollte unter dem Aspekt, dass ein höheres Gewicht zu einer

unkritischen konservativeren Abschätzung führt, die Vierpunktlagerapproximation angewandt werden.

3.1.2.5 Vergleich der gewonnenen Korrelationen

In der Tabelle 3.3 sind die statistischen Ergebnisse der erzeugten Korrelationen gegenübergestellt. Die Daten des Vierpunktlagers werden hierbei nicht mit den anderen verglichen, da zur Erstellung nur sehr wenig Grunddaten zur Verfügung standen, die Anforderung an den Anwendungsbereich nicht voll erfüllt und weniger Ausführungen betrachtet wurden. Der Vergleich der restlichen Polynome zeigt, dass das Rillenkugellagerpolynom die höchste Standardabweichung aufweist. Mögliche Ursachen sind hierbei die vielen Sonderarten, die in dem verwendeten Wälzlagerkatalog hinterlegt sind. Das niedrige Bestimmtheitsmaß beim Pendellager weist darauf hin, dass die Funktion am ehesten durch eine Konstante ersetzt werden könnte. Da allerdings bei so einem Vorgehen die relative Massenabweichung zu groß werden würde, ist dies keine sinnvolle Option. Auch kann den Daten entnommen werden, dass das Polynom für die Zylinderrollenlager die geringste Standardabweichung und das höchste Bestimmtheitsmaß erreicht. Somit kann dieses Polynom die Daten am besten wiedergeben. Dahinter folgt das Pendelrollenlager gefolgt vom Rillenkugellager. Dieses Ranking beachtet allerdings nicht, dass die Polynome für unterschiedlich große Wellendurchmesserbereiche und an verschiedenen typenspezifische Standardbauweisen angepasst worden sind. Die Anzahl der Bauformen in den Rohdaten beträgt bei Rillenkugellagern sechs, Pendelrollenlagern fünf, Zylinderrollenlagern drei und bei den Vierpunktlagern zwei. Damit ist es wahrscheinlich, dass die erreichte Genauigkeit der Korrelationen auch von dieser Größe abhängt.

	n	z	r^2	Anwendungsbereich
Rillenkugellager	359	310,4955	0,5497	$d = 30 \dots 850 \text{ mm}$
Zylinderrollenlager	219	232,9364	0,6413	$d = 30 \dots 710 \text{ mm}$
Pendelrollenlager	605	284,9162	0,2933	$d = 30 \dots 900 \text{ mm}$
Vierpunktlager	57	48,2371	0	$d = 30 \dots 240 \text{ mm}$

Tabelle 3.3: Statistische Größen der gewählten Korrelationen

In der Abb. 3.15 sind die Dichteverläufe für einen erweiterten Datenbereich dargestellt. Ausgegraut sind die Bereiche, die aufgrund der internen Vorgaben nicht abgedeckt werden müssen. Die vertikalen Linien markieren den individuellen Wellendurchmesserbereich, für den Lagerdaten zur Korrelationserstellung vorlagen. Diese sind somit den Anwendungsgrenzen der betreffenden Polynome gleichzusetzen. Bei genauerer Betrachtung der fiktiven Dichten ist zu erkennen, dass die Verläufe sowohl im Anwendungs- als auch im Extrapolationsbereich starke Unterschiede aufweisen. Dieses Verhalten zeigt, dass eine lagerspezifische Betrachtung unumgänglich ist. Da bei den gewählten Polynomen beim Extrapolieren die Gefahr besteht unphysikalische Ergebnisse zu erhalten, sollte bei einer Überschreitung des Anwendungsbereichs eine konstante lagerspezifische Dichte angesetzt werden. Allerdings ist bei den Vierpunktlagerdaten ohne Extrapolation der geforderte Wellendurchmesserbereich nicht zu erreichen. Deshalb werden für diesen Lagertyp Extrapolationen bis $d = 500 \text{ mm}$ zugelassen. Dieses Vorgehen ist ver-

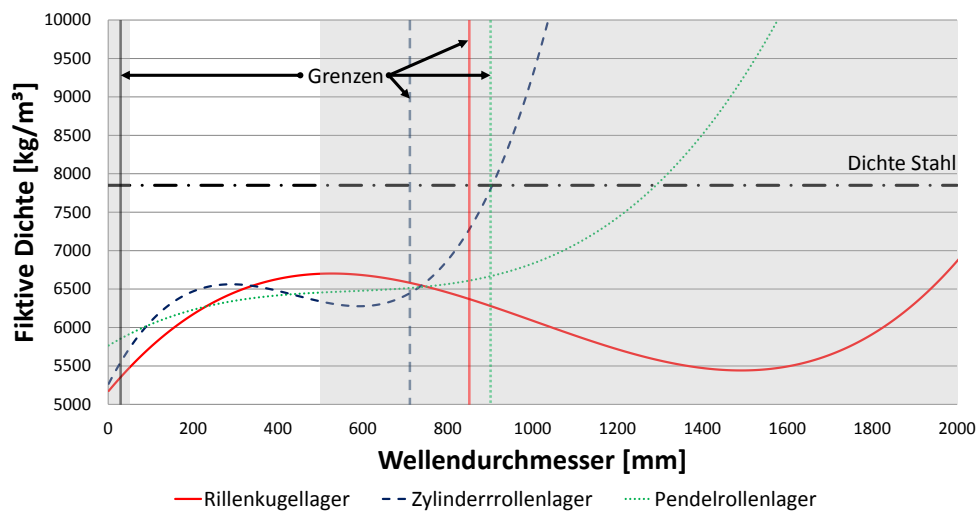


Abbildung 3.15: Aus den Korrelationen resultierende Dichteverläufe (vertikale Linie: Gültigkeitsgrenzen der Korrelationen; waagerechte Linie: Dichte Stahl; nicht schattierte Fläche: geforderte Gültigkeitsbereich)

treterbar, da die Korrelation aus einer konstanten Größe besteht und deshalb zu keinen unphysikalischen Dichte-Zu- oder Abnahmen führt. Der hierdurch entstandene Anwendungsbereich kann der Tabelle 3.3 entnommen werden.

3.1.3 Validierung der Korrelationen

Um die Daten der erstellten Korrelationen zu validieren, werden diese auf die Lagerdaten des Herstellers NTN-SNR [12] angewandt. Hierdurch wird überprüft, ob die erstellten Korrelationen auch für diese Daten plausible Ergebnisse liefern und somit herstellerunabhängig gültig sind.

3.1.3.1 Rillenkugellager

In der Abbildung 3.16 ist aufgetragen, welche Abweichungen das zuvor erstellte Rillenkugellagerpolynom bei der Berechnung der Validierungslager hervorruft. Es ist erkennbar, dass bis auf zwei Ausreißer alle Abweichungen in den geforderten $\pm 15\%$ liegen und sogar bei einem Wellendurchmesser $d = 1060$ mm (Datenbasis für die Korrelationserstellung deckte nur Bereich bis $d = 850$ mm ab) noch gute Näherungen erzielt werden. Da die Datendichte von NTN-SNR in dem hohen Wellendurchmesserbereich sehr dünn ist, wird der Anwendungsbereich des vorhandenen Polynoms nicht weiter erhöht. Bei einer Extrapolation über $d = 1060$ mm wird es voraussichtlich zu einer wachsenden Unterschätzung des Gewichts kommen, da die relative Dichte mit dem erstellten Polynom noch bis $d \approx 1500$ mm (vgl. Abb. 3.15) fällt und bereits die Lager mit den größten Wellendurchmessern zu leicht prognostiziert werden (bei beiden Datensätzen). Deshalb wird an dieser Stelle noch einmal von einer Extrapolation abgeraten.

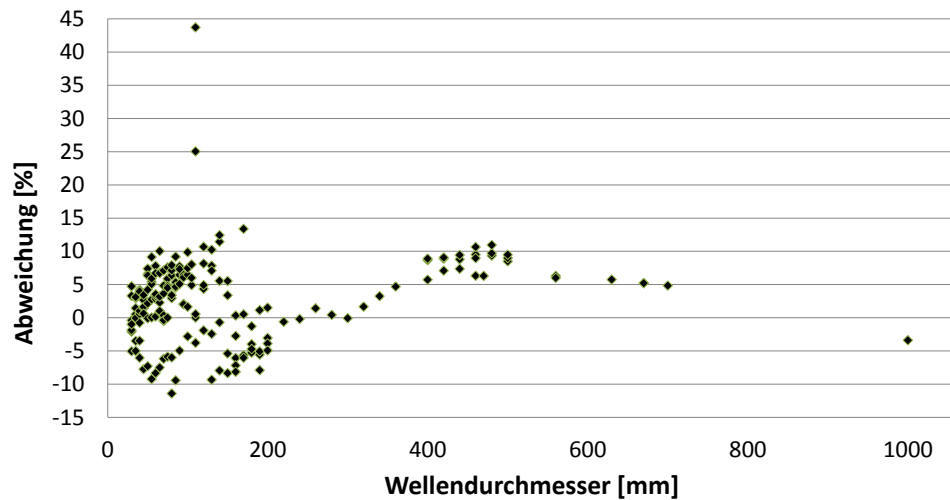


Abbildung 3.16: Abweichung der Rillenkugellagerkorrelation bei Verwendung der Daten des Herstellers NTN-SNR [12]

3.1.3.2 Zylinderrollenlager

Für die Zylinderrollenlager sind die Lagerdaten von NTN-SNR für die Typen N (Nut im Innenring, Außenring lose) und NU (Nut im Außenring, Innenring lose) unterteilt angeben, es bietet sich daher an diese Lagertypen differenziert zu betrachten. Die hierzu grafisch aufgearbeiteten Ergebnisse sind in der Abb. 3.17 dargestellt. Es ist erkennbar,

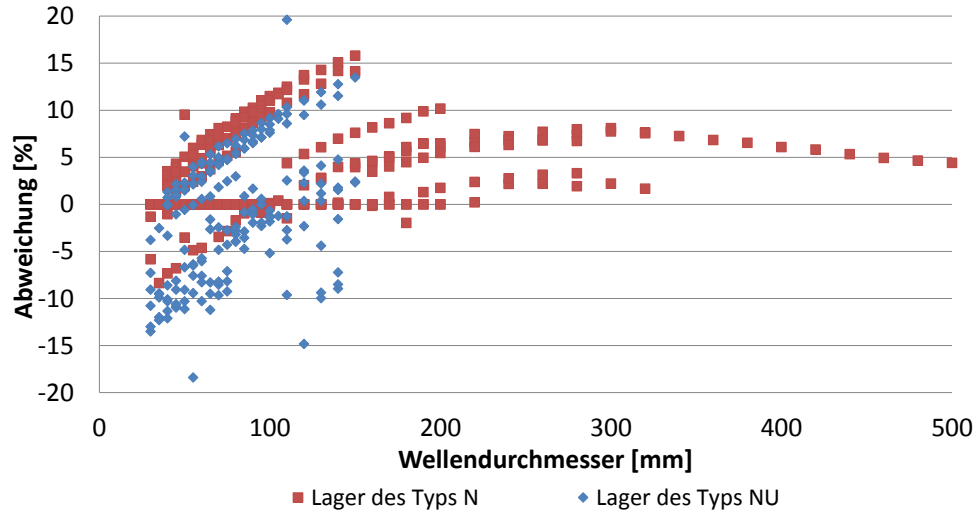


Abbildung 3.17: Abweichung der Zylinderrollenlagerkorrelation bei Verwendung der Daten des Herstellers NTN-SNR [12]

dass die Lager des Typs N eine ungleichmäßige Verteilung um die Nulllinie aufweisen. Die einseitige Abweichung ist durch die verwendeten Korrelationsrohdaten zu erklären. Diese umfassen zum überwiegenden Teil Lagerdaten des Typs NU. Da allerdings die Abweichungen ausreichend klein sind und die Lager des Typs N vom Gewicht tendenziell überschätzt werden, ist die erstellte Korrelation für beide Lagertypen nutzbar.

Durch die Erstellung eines zweiten Polynoms wäre es möglich die Genauigkeit weiter zu erhöhen, allerdings ist es fraglich, ob bei der Vorauslegung bereits bekannt ist, in welchem Lagerring die Nut gefertigt werden soll. Die Erstellung einer Gewichtskorrelation, bei der die Lagertypen zu gleichen Anteilen berücksichtigt werden, würde voraussichtlich zu einem Überschreiten der geforderten Randbedingungen führen, da sich bei einer solchen Korrelation die relativen Massenabweichungen des Typs NU noch weiter in den negativen Bereich verschieben würde.

3.1.3.3 Pendelrollenlager

Die Abb. 3.18 zeigt die Abweichungen des Pendelrollenlagerpolynoms für die von NTN-SNR hergestellten Lager. Neben den zylindrischen sind zusätzlich Pendelrollenlager mit kegelförmigen Wälzkörpern abgebildet. Auch hier stellt sich keine gleichmäßige Verteilung der Lager ein, die Abschätzung erfüllt hierbei aber die geforderte Genauigkeit und lässt sich deshalb auch herstellerübergreifend anwenden. Zusätzlich hat die Validierungsrechnung gezeigt, dass das Polynom auch für die Abschätzung von Pendelrollenlagern mit kegelförmigen Wälzkörpern ausreichend genaue Ergebnisse liefert.

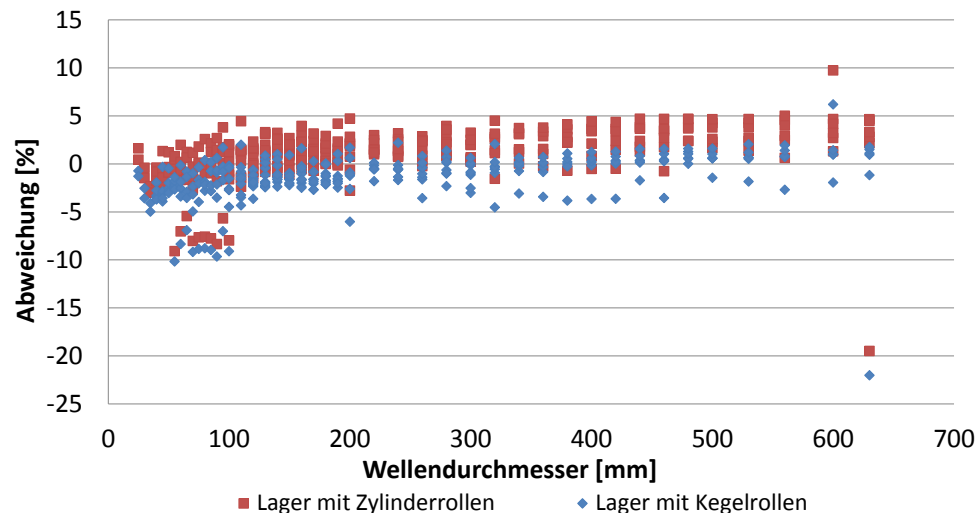


Abbildung 3.18: Abweichung der Pendelrollenlagerkorrelation bei Verwendung der Daten des Herstellers NTN-SNR [12]

3.1.3.4 Vierpunktlager

Aufgrund dessen, dass vom Hersteller NTN-SNR [12] keine Daten zu den Vierpunktlagern in der benötigten Form vorlagen, konnte die hierzu erstellte Korrelation nicht validiert werden.

3.1.4 Resümee der Korrelationserstellung

Alle vier Lagertypen können durch die vorliegenden Korrelationen aus den Unterabschnitt 3.1.2 beschrieben werden. Sie unterliegen der unteren Anwendungsgrenze $d = 30$ mm, da bei kleineren Durchmessern keine ausreichend genaue Näherung erreicht wird (vgl. Abb. 3.5). Da für die spätere Anwendung dieser Durchmesserbereich

uninteressant ist, führt dies zu keinen schwerwiegenden Einschränkungen. Die obere Nutzungsgrenze ist abhängig von den vorhandenen Eingangsdaten und bewegt sich je nach Lagerart in dem Wellendurchmesserbereich $d = 500 \dots 900$ mm. Falls dieser nicht ausreichen sollte, ist von einer Extrapolation der Funktionen abzuraten, da es hierbei zu unphysikalischen Ergebnissen kommen kann. Falls eine Extrapolation trotz allem durchgeführt werden muss, sollte ein fester Wert für fiktive Dichte angenommen werden.

Für den Fall, dass zukünftig noch genauere Gewichtsschätzungen nötig sind, könnten zusätzlich zu dem Wellendurchmesser sowohl die Maßreihen als auch die Vor- und Nachsetzzeichen als Variablen eingeführt werden. Allerdings ist dies bei der Vorauslegung nicht sinnvoll, da die dazu nötigen detaillierten Informationen gegebenenfalls nicht als bekannt vorausgesetzt werden können.

Die erstellten Korrelationen halten die Genauigkeitsanforderung von $p = \pm 15\%$ ein. Bei dem Anwendungsbereich übertreffen das Rillenkugellager, Zylinderrollenlager und das Pendelrollenlager den vorgegebenen Wellendurchmesserbereich von $d = 50 \dots 500$ mm. Für die Korrelation des Vierpunktlagers wird zur Einhaltung dieser Forderung auf eine Extrapolation zurückgegriffen, die aufgrund der nahezu konstanten fiktiven Dichte zugelassen werden kann. In dem Unterabschnitt 3.1.3 wurde darüber hinaus gezeigt, dass die Polynome herstellerübergreifend zu zufriedenstellenden Ergebnissen führen und somit allgemein gültig sind.

Es ist gelungen ein Verfahren zu entwickeln, welches in wenigen Arbeitsschritten aus den Abmaßen, dem Typ und der Gewichtsangabe des Lagers eine Korrelation erzeugt. Mit diesen Korrelationen können anschließend mit wenigen Eingangsdaten (Wellendurchmesser, Breite, Bohrungsdurchmesser und Lagertyp) zuverlässig Gewichtsabschätzungen getroffen werden.

3.1.5 Entwicklung eines Berechnungsprogramms

Damit die erstellten Gewichtskorrelationen im Vorauslegungsprozess von Triebwerken innerhalb des DLR genutzt werden können, müssen diese mithilfe der Programmiersprache C++ in ein Berechnungsprogramm eingebettet werden. Dieses wird anschließend in die Triebwerksvorentwurfsumgebung GTlab implementiert und kann so mit anderen dort hinterlegten Berechnungsmethoden gekoppelt werden. Der Ablaufplan des so entstandenen Programms ist in der Abb. 3.19 dargestellt und wird im folgenden Text näher beleuchtet.

Als Eingabewerte benötigt das Programm die Lagerart und den Wellendurchmesser. Darüber hinaus können optional die Lagerbreite und der Bohrungsdurchmesser angegeben werden. Die Werte durchlaufen nach der Eingabe eine Plausibilitätsprüfung. Dabei sind negative Werte genauso unzulässig wie Bohrungsdurchmesser, die kleiner als die dazugehörigen Wellendurchmesser sind. Wenn die Werte dieser Überprüfung standhalten, wird die zu verwendende Korrelation über die Lagerart ausgewählt. Da die Lagerbreite und der Bohrungsdurchmesser nur optionale Eingabewerte sind, werden diese entweder durch die eingegebenen Daten oder durch typische Werte festgelegt.

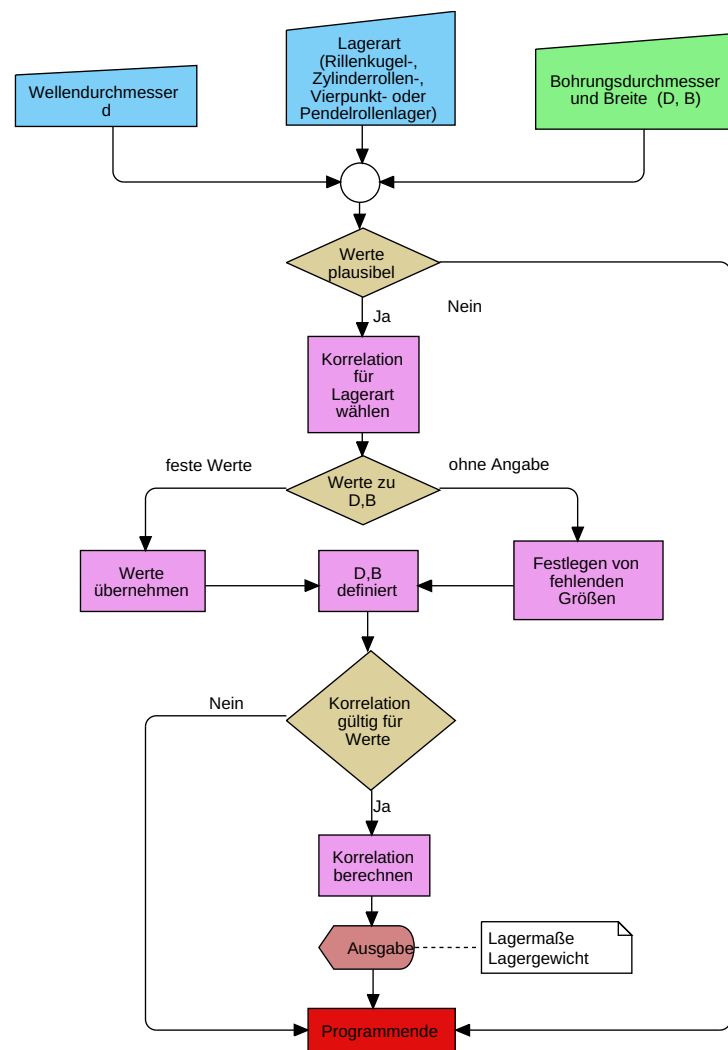


Abbildung 3.19: Flussdiagramm des Programms zur Gewichtsabschätzung

Hierzu sind die Näherungen erstellt und in Tabelle 3.4 hinterlegt worden. Mit diesen werden die gesuchten Lagermaße in Millimeter bestimmt, wenn die Wellendurchmesser in derselben Einheit eingesetzt werden.

	Rillenkugellager	Zylinderrollenlager	Pendelrollenlager	Vierpunktlager
B(d)	$0,1023 \cdot d + 17,172$	$0,1023 \cdot d + 17,172$	$0,3586 \cdot d + 31,138$	$0,3069 \cdot d + 8,4469$
D(d)	$1,2521 \cdot d + 38,266$	$1,4422 \cdot d + 48,964$	$1,396 \cdot d + 55,158$	$1,9099 \cdot d + 6,1007$

Tabelle 3.4: Korrelationen für Breite und Bohrungsdurchmesser der Lager

Als letztes muss vor der Berechnung überprüft werden, ob die betroffene Korrelation für den gewählten Wellendurchmesser gültig ist (vgl. Unterabschnitt 3.1.2). Bei Einhaltung der Korrelationsgrenzen wird nach der Berechnung die errechnete Masse mit den zugrundeliegenden Lagermaßen ausgegeben. Um einen genaueren Einblick in die Programmgestaltung zu bekommen ist im Anhang A.1.2 das dazugehörige Klassendia-

gramm und die Eingabemaske aus GTlab hinterlegt.

3.2 Lagervorauswahl

Bereits auf dem Detailgrad der Vorauslegung ist es von Interesse, ob für das geplante System passende Wälzlager erhältlich sind. Falls Lager existieren, die den vorliegenden Belastungen standhalten, ist es für die weitere Betrachtung äußerst hilfreich, bereits zu Beginn der Konstruktion konkrete Abmaße und Gewichte der Lager zu kennen. Der nun folgende Abschnitt erläutert, wie im Zuge dieser Arbeit ein Programm erstellt worden ist, welches sowohl die notwendigen Tragzahlen berechnen als auch konkrete Lager aus einer hinterlegten Lagerdatenbank vorschlagen kann und somit die oben genannten Anforderungen erfüllt. Berücksichtigt werden die Lagertypen, die bereits im vorherigen Abschnitt 3.1 verwendet wurden. Die für das Programm benötigten Datensätze stammen aus dem Wälzlagerkatalog [8] und sind für die Berechnungen digital in dem Programm hinterlegt worden. Die Erweiterung des Programms um weitere Lagerarten, Baureihen und andere Herstellerdaten ist aufgrund des modularen Programmaufbaus relativ einfach möglich.

3.2.1 Randbedingungen

Zur Umsetzung des Vorauslegungsprogramms werden die beschriebenen Berechnungsgrundlagen aus dem Abschnitt 2.3 in angepasster Form angewandt. Zusätzlich ist die Festlegung einiger Annahmen notwendig, da ohne konkrete Lagerangaben bei den Rillenkugel- und Pendelrollenlagern die benötigten Tragzahlen nicht berechenbar sind. Zur überschlägigen dynamischen Tragfähigkeitsberechnung C_{erf} wird deshalb bei Rillenkugellagern $e = 0,24$ angesetzt. Mit dieser Annahme werden die Axialkräfte als relativ "schädlich" angenommen [8], wodurch die hiermit getroffenen Abschätzungen zu konservativen Ergebnissen führen. Bei der Pendelrollenlagerberechnung werden zur Bestimmung der äquivalenten Belastung die Größen $e = 0,3$; $Y_0 = 2,35$; $Y_1 = 2,40$; $Y_2 = 3,58$ angesetzt (Mittelwerte). Da bei diesem Lagertyp die Spreizung der Hilfsgrößen wesentlich größer ist als bei den Rillenkugellagern, würde eine ähnlich konservative Annahme zu starken Überdimensionierungen führen. Für die anschließenden Lagervorschläge wird auf eine interne Datenbank zugegriffen, die hierzu extra erstellt wurde. Mit den darin enthaltenen Lagerangaben können im Anschluss die Berechnungen ohne die eben beschriebenen Annahmen wiederholt und somit die Qualität der Ergebnisse verbessert werden.

Zur Berechnung der erweiterten Lebensdauer (vgl. Formel 2.65) müssen die Faktoren a_1 und a_{ISO} bestimmt werden. Der erste Faktor beschreibt die Ausfallwahrscheinlichkeit, die einen starken Einfluss auf die Berechnung hat und bereits beim Vorentwurf abgeschätzt werden kann. Deshalb wird dem Nutzer die Möglichkeit eingeräumt diesen zu variieren. Die Größe a_{ISO} wird hingegen als Eins angenommen. Begründet wird dies dadurch, dass die Einflüsse der Ölviskosität, der Ölverunreinigung und der Lagerwerkstoffe innerhalb des Vorentwurfs nur in den wenigsten Fällen bekannt sind und deshalb vernachlässigt ($a_2 = 1$ und $a_3 = 1$) werden (s. hierzu Unterabschnitt 2.3.4).

3.2.2 Programmbeschreibung

Die Abb. 3.20 zeigt das Flussdiagramm des erstellten Programms. Im oberen Teil des Diagramms sind die notwendigen Eingabegrößen dargestellt, hierbei sind alle Felder, die am oberen Rand der Darstellung angeordnet sind Pflichtangaben, die zur Berechnung ausgefüllt werden müssen. Bei der "Ausgabenauswahl" ist es möglich die Lager-vorschläge abzuwählen und so nur die Tragzahlen auszurechnen. Hierbei werden für Rillenkugel- und Pendelrollenlager die oben genannten Annahmen genutzt, wodurch die Qualität für die entsprechenden Lagertypen verringert wird. Falls die hinterlegte Datenbank genutzt werden soll, um konkrete Produktvorschläge zu erhalten, erweitern sich die benötigten Eingaben um die Angabe eines Speicherorts für die Ausgabedatei. Optional kann die Liste mit Lagervorschlägen durch die Eingabe von Lagerabmaßen noch stärker gefiltert werden. Ein Abbild der hierzu erstellten Eingabemaske in GTab ist im Anhang A.1.3 hinterlegt. Zu den Eingabewerten sei an dieser Stelle noch angemerkt, dass die Ausfallwahrscheinlichkeit der Lager in der Eingabemaske auf 10 % voreingestellt ist, da dieser Wert bei Lagerberechnungen im Maschinenbau üblich ist.

Bei Triebwerksberechnungen sollte aber darüber nachgedacht werden, diesen auf 1 % zu senken, da ein Lagerversagen in Triebwerken zu verheerenden Konsequenzen führen kann. Dies hat zu Folge, dass der Faktor a_1 von 1,0 auf 0,21 sinkt. Nach dem Einlesen der Eingabewerte werden die lagertypabhängigen Kraftbeiwerte X_0 , Y_0 , X und Y mit den mathematischen Zusammenhängen aus dem Unterabschnitt 2.3.4 ermittelt und für die Berechnung der äquivalenten Kräfte genutzt (Formel 2.56). Anschließend können dann mit den Formeln 2.66 und 2.67 die Tragzahlen berechnet werden. In dem Fall, dass der Nutzer keine Vorschläge aus der internen Datenbank gewünscht hat, endet das Programm und gibt die äquivalenten Belastungen und die benötigten Tragzahlen aus.

Für die Lagervorschläge werden die benötigten Lagerdaten aus der internen Datenbank geladen. Bei den Lagertypen Vierpunkt- und Rollenlagern, können die bereits bestimmten Tragzahlen genutzt werden, um aus den eingelesenen Lagerdaten die ungeeigneten auszusortieren. Die reduzierte Lagerliste wird anschließend durch den Abgleich der Betriebsdrehzahl mit den jeweiligen Lagergrenzdrehzahlen und durch die Kontrolle der optional angegebenen Lagerabmaßen weiter reduziert. Hierbei können Forderungen an einzelne Größen (d , D , B) in Form von festen oder auch durch die Angabe von maximal zulässigen Werten verarbeitet werden. Die so entstandene Liste nutzbarer Lager wird abschließend sowohl um die Lebensdauer als auch die Tragsicherheit erweitert und dann als Textdatei ausgegeben. Bei Rillenkugellagern müssen die äquivalenten dynamischen Kräfte und somit auch die Tragfähigkeiten für jedes Lager erneut berechnet werden, da e , X , Y lagerabhängig sind. Hierzu ist es für die Bestimmung der Hilfsgröße f_0 notwendig, mithilfe von regulären Ausdrücken, aus der Lagerbezeichnung die Seriennummer und Bohrungskennzahl auszulesen (vgl. Abb. 2.8). Zur Berechnung der Pendelrollenlager sind aufgrund der lagerabhängigen Größen e , Y_0 , Y_1 , Y_2 sowohl die statischen als auch die dynamischen Größen für jedes einzelne Lager zu bestimmen.

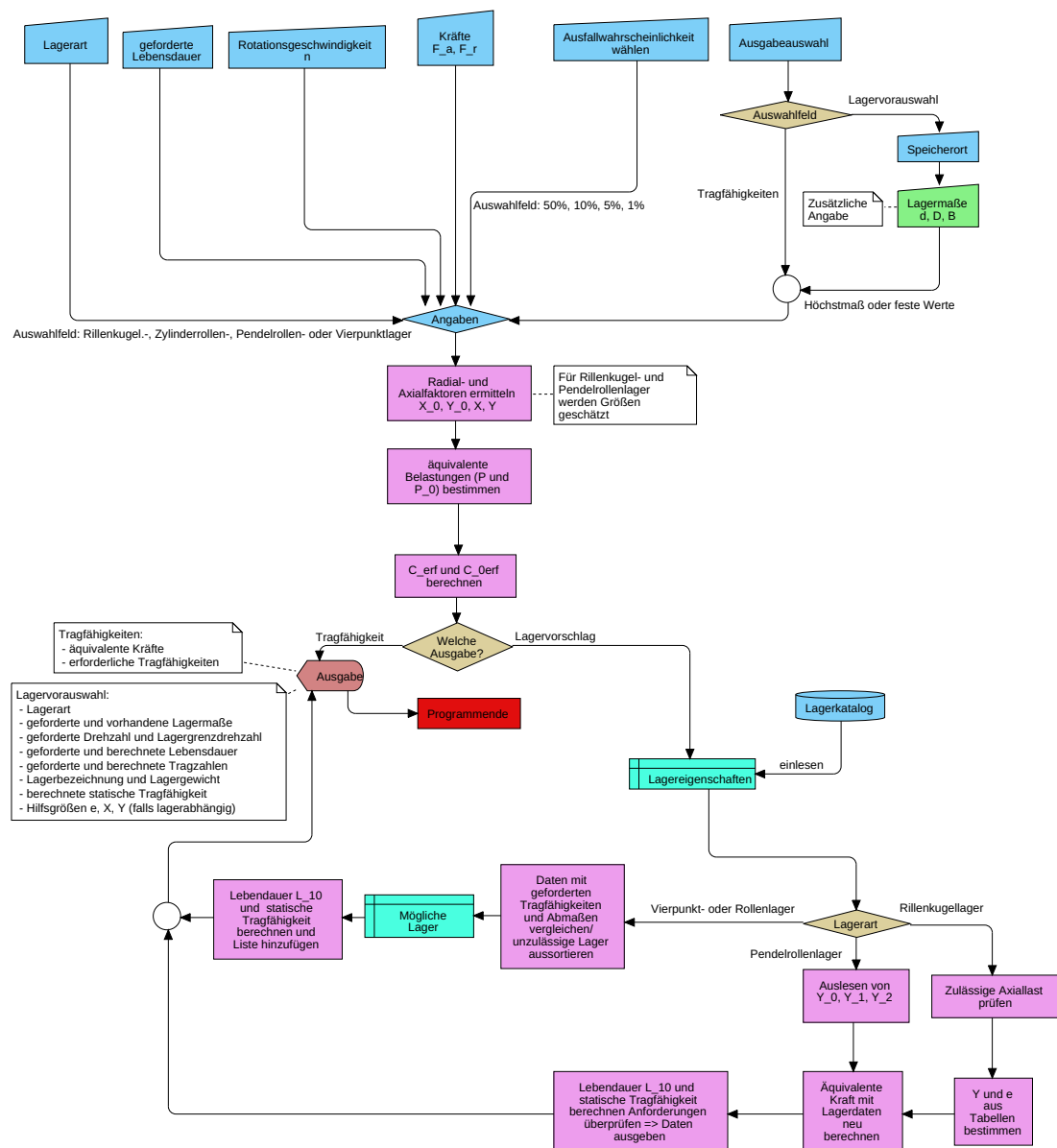


Abbildung 3.20: Flussdiagramm des Lagervorauswahlprogramms

Um einen genaueren Einblick in die dahinter stehende Programmierung zu bekommen, sind im Anhang A.1.2 die verschiedenen Klassendiagramme und Eingabemasken mit einer zusätzlichen Beschreibung hinterlegt.

3.2.3 Validierung

Nach der Erstellung des Vorauswahlprogramms werden die berechneten Ergebnisse mit denen eines Referenzprogramms validiert. Hierzu ist das Onlineberechnungsprogramm der Schaefflergruppe [32] herangezogen worden. Dieses berechnet, unter Angabe von angreifenden Lagerkräften und Drehzahlen eines ausgewählten Lagers, die Tragsicherheiten und Lebensdauern. Die Eingabewerte lassen sich dann zusammen mit

berechneten Ergebnissen in einer Ausgabedatei zusammenfassen. Ein Ergebnisformular des Onlinetools und des neu entwickelten Lagervorauswahlprogramms sind für ein Beispiellager (Rillenkugellager "6020") im Anhang B.4 hinterlegt. Um die Ergebnisqualität umfassend einschätzen zu können, sind eine Reihe von Lagern berechnet und verglichen worden. Hierbei zeigte sich, dass für alle Lagerarten mit dem erstellten Vorauswahlprogramm plausible Ergebnisse erzeugt werden. Die berechneten Größen unterscheiden sich in den meisten Fällen nur in vernachlässigbarem Maße zwischen den Programmen. Lediglich bei der Berechnung der statisch äquivalenten Belastung von Rillenkugellagern treten unter dem Belastungsfall $F_{0a} > F_{0r}$ Abweichungen auf, welche bei steigender Axialkraft wachsen. Das Vorauslegungsprogramm errechnet bei diesem Lastfall im Vergleich zum Onlinetool geringere Werte, wodurch es im Anwendungsfall zu Überdimensionierung kommen könnte. Da allerdings in Triebwerken die großen Drehzahlen dazu führen, dass die Lebensdauer in den meisten Fällen die limitierende Größe ist und darüber hinaus die eben beschriebene Diskrepanz erst auftritt, sobald aufgrund der Belastung ein Axiallager eingesetzt werden sollte (Druckwinkel $\alpha > 45^\circ$), führt diese Abweichung zu keinen signifikanten Einschränkungen. In dem Fall, dass der Nutzer trotz allem ein Rillenkugellager unter den Belastungen berechnen möchte, ist aufgrund dieser Studie eine Warnmeldung in das Programm eingefügt worden, welche auf die mögliche Unterschätzung der Größe hinweist. Die konkreten Validierungsergebnisse können im Anhang B eingesehen werden.

Kapitel 4

Vorentwurf von Wellen - Integration eines Wellenauslegungstools

In dem Institut für Bauweisen und Strukturtechnologie des DLR ist bereits vor Beginn dieser Arbeit ein Wellenauslegungstool entwickelt worden, welches die statische und dynamische Wellenmechanik berechnen kann. Damit das vorliegende Tool im Vorentwurfsprozess innerhalb des DLR genutzt werden kann, wird es in die Triebwerksvorentwurfsumgebung GTlab integriert.

In dem Abschnitt 4.1 ist der Aufbau und die Funktion des Wellenauslegungstools beschrieben. Im Anschluss daran wird in Abschnitt 4.2 erläutert, welche Parameter zur Wellenberechnung notwendig sind und wie diese die Berechnung beeinflussen. Hierzu wurden bestehende Input-Datensätze des Wellentools genauer analysiert. Nachdem die spezifischen Anforderungen des Wellenberechnungstools erläutert wurden, wird in dem Abschnitt 4.3 beschrieben, wie das Programm in GTlab implementiert wurde.

Nach der erfolgreichen Integration des Tools in die Triebwerksvorentwurfsumgebung GTlab wurden die Ergebnisse des Berechnungsprogramms validiert (Abschnitt 4.4) und im Anschluss daran Parameterstudien durchgeführt (Abschnitt 4.6). Hierfür wurden die Berechnungen mit dem Programm RCE automatisiert, welches im Abschnitt 4.5 beschrieben wird. Abschließend wurde das Wellenauslegungstool mit dem Verfahren zur Gewichtsabschätzung von Wälzlagern gekoppelt, um das Gewicht eines Wellen-Lager-Systems zu optimieren (Abschnitt 4.7).

4.1 Funktion und Aufbau des Wellenauslegungstools

Das vom Institut für Bauweisen und Strukturtechnologie entwickelte Wellenberechnungstool berechnet Strukturreaktionen mithilfe der Finite-Elemente-Methode. Aufgrund dieser Berechnungsmethode kann der Detaillierungsgrad des Tools über dem des Vorentwurfs eingeordnet werden.

Mit dem vorliegenden Programm kann über mathematische Zusammenhänge die statische und dynamische Wellenmechanik beschrieben werden. Vor der Berechnung muss zunächst eine Welle mit den dazugehörigen Werkstoffeigenschaften und dem Belastungsprofil definiert werden. Aus diesen Angaben werden anschließend mit der Finite-Elemente-Methode die Wellenreaktionen berechnet. Hierzu wird die Welle zunächst in einfache geometrische Körper zerlegt, die als Finite Elemente (FE) bezeichnet werden. Für jedes dieser Elemente wird mithilfe eines Berechnungsalgorithmus (FE-Löser) die Auswirkungen der angreifenden Belastungen unter Berücksichtigung der zugeordneten

Materialeigenschaften berechnet. Diese Ergebnisse beinhalten Informationen, über die in der Welle hervorgerufenen Verformungen und Spannungen. Zusätzlich wird aus der Wellengeometrie das Gewicht ermittelt.

Das Berechnungstool benötigt die Beschreibung eines Wellensystems in einer fest vorgeschriebenen Ordnerstruktur mit Eingabedateien im XML-Format. Soll dieses System verändert werden, so müssen derzeit die entsprechenden Werte manuell in den XML-Dateien angepasst werden.

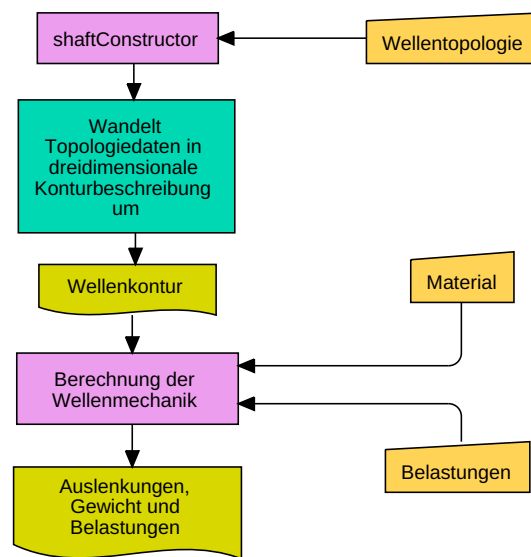


Abbildung 4.1: Flussdiagramm der Wellentools (Rechtecke: Prozessschritte; Rechtecke mit schräger Oberseite: Inputdateien; Rechtecke mit gewellter Unterseite: Outputdateien)

Beim Starten des Wellenberechnungstools wird zunächst aus der zuvor definierten Wellentopologie mithilfe des Programnteils "shaftConstructor" eine dreidimensionale Konturbeschreibung erzeugt (vgl. Abb. 4.1). Dazu wird aus der Wellentopologie, die die Profildicke, die Lage und mögliche Kraftaufnahmemöglichkeiten (Lager) beinhaltet, eine zweidimensionale Kontur erzeugt, welche durch Rotation um die Mittelachse zu einem dreidimensionalen Körper wird. Zusammen mit der Material- und Belastungsbeschreibung wird dann der eigentliche Wellenberechnungsprozess gestartet. In diesem werden mit der zuvor erläuterten FE-Methode die Wellenreaktionen berechnet. Aus den vorliegenden Daten werden dann programmintern das Wellengewicht, lokale Wellenauslenkungen und Spannungszustände bestimmt. Diese werden in einer Ergebnisdatei zusammengefasst und ausgegeben.

4.2 Parametrisierung der Welle

Zur Nutzung, des Wellentools werden drei Inputdateien benötigt. In diesen befinden sich alle Informationen die zur Systembeschreibung notwendig sind. Von dem Institut

für Bauweisen und Strukturtechnologie sind neben dem Programm auch hierzu Beispieldateien zur Verfügung gestellt worden. Zur Identifizierung der benötigten Parameter werden diese genauer analysiert.

4.2.1 Inputdatei des Programnteils "shaftCalculator"

Für den "shaftConstructor" wird die Topologie der Welle ("toolInput.xml") benötigt. In dieser werden im Wesentlichen Hilfspunkte, denen verschiedene Eigenschaften (Position, Profildicke usw.) zugeordnet werden, beschrieben. Diese Punkte lassen sich über "Connections" linear miteinander verbinden. Durch wiederholte Zuordnung eines Punktes können so auch komplexe Verzweigungen konstruiert werden (vgl. Abb. 4.2). Um aus den hierdurch festgelegten Profillinien ein zweidimensionales Profil zu erzeugen, wird die Profildicke (indirekt) über den "Tie-Radius" vorgegeben. Mit diesem Radius wird die Außenfläche der Welle bestimmt, indem die Schnittpunkte zwischen den Winkelhalbierenden der Connections und den Tie-Radien, die um die betrachteten Hilfspunkte einen Kreis aufspannen, miteinander verbunden werden.

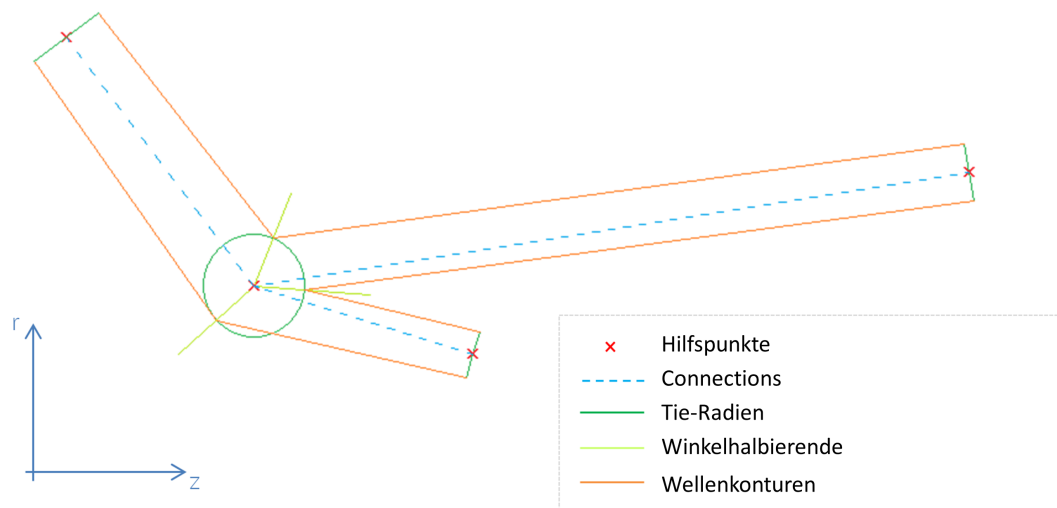


Abbildung 4.2: Wellentopologiebeschreibung in dem Wellenberechnungstool [33]

Stations und Parts

Die Eigenschaften der Hilfspunkte werden in der Input-Datei des "shaftConstructors" in sogenannte Stations und Parts aufgeteilt. Die Stations enthalten Informationen über die zu erstellende Wellenkontur, während die Parts die Position der dazugehörigen Hilfspunkte beschreiben. Im Folgenden werden die beiden Bezeichnungen gebündelt als Stützpunkt titulierte und die darin enthaltenen Informationen beschrieben. Im Anhang B.1 ist zur Anschauung eine Beispieldatei hinterlegt, mit der die folgenden Beschreibungen abgeglichen werden können.

SplitPoint: Der einfachste Stützpunkt ist der SplitPoint. Dieser wird zur Beschreibung von Endpunkten, Knicken und Verzweigungen von Wellen verwendet. Für die Erstellung eines solchen Hilfspunktes müssen Positionsdaten (Profilmitte) in Form von

Zylinderkoordinaten (z, r) , Informationen über das tangentielle Verhalten (Theta Fixierung), eine eindeutige Bezeichnung (ID) und ein Tie-Radius angegeben werden.

In diesem Tool ist die Theta Fixierung eine Eigenschaft, die bei Aktivierung dafür sorgt, dass die Welle an der betroffenen axialen Position nicht mehr verdreht werden kann und entspricht somit einer Winkelfixierung. Diese Eigenschaft ist an genau einem Stützpunkt pro Welle zu aktivieren, da die Fixierung in dem Berechnungsprozess dafür sorgt, dass die vom FE-Löser erzeugten numerischen Ungenauigkeiten kompensiert werden und somit die Lösung des intern erstellten Gleichungssystems ermöglicht wird.

BallBearing: Der BallBearing-Stützpunkt beschreibt die Position der Welle an einem Wälzlager und lässt sich als ein erweiterter SplitPoint ansehen. Allerdings wird bei der Positionsbeschreibung nicht das Zentrum des Wellenprofils, sondern die Kontaktstelle zwischen der Wellenkontur und dem Wälzlager beschrieben. Hierbei legen die angegebenen Zylinderkoordinaten die Lage des Wälzkörperzentrums fest. Von dieser Position wird durch die Angabe eines Abstandes (Offsets) und der radialen Richtung (Inside oder Outside) die Kontaktposition zwischen Welle und Lager definiert. Von dieser Position aus kann dann, mithilfe des Tie-Radius, die Lage der Oberfläche im Inneren der Welle berechnet werden. Zusätzlich legt der Nutzer durch die Verwendung eines BallBearings fest, dass an der definierten Stelle sowohl axiale als auch radiale Kräfte der Welle aufgenommen werden (Festlager) und dass an der Kontaktposition zwischen Lager und Welle, die Struktur weder radial noch axial ausgelenkt werden kann.

RollerBearing: Der RollerBearing-Stützpunkt entspricht in weiten Teilen der Beschreibung des BallBearings. Dieser unterscheidet sich lediglich dadurch, dass keine axialen Wellenkräfte an der Position aufgenommen werden können und der Punkt somit einem Loslager entspricht.

Connection: Eine Connection verbindet die im Vorfeld definierten Stützpunkte. Bei der Definition einer Welle ist darauf zu achten, dass jeder Stützpunkt mindestens einmal als Ausgangspunkt für eine Connection eingesetzt werden muss. Bei einer Welle ohne Verzweigungen bedeutet dies, dass die Anzahl der Stützpunkte den der Connections entspricht. Neben den zu verbindenden Punkten, muss auch der Connection ein eindeutiger Name (ID) zugewiesen werden.

ShaftPart: Die beschriebenen Stützpunkte werden nun zu einer Welle (ShaftPart) zusammengefasst. Dieser Welle muss für die nachfolgende Prozesskette eine Drehzahl, eine eindeutige Identifikationsnummer (ID) und ein Name zugeordnet werden. Liegen diese Informationen vollständig vor, erstellt der "shaftConstructor" hieraus eine dreidimensionale Wellenkontur ("toolOutput0.xml").

Der genaue Aufbau der "toolInput.xml" kann der Beispieldatei im Anhang B.7 entnommen werden (Quelltext B.1).

4.2.2 Inputdateien der Prozesskette Wellenberechnung

Für die Wellenberechnung müssen neben der Wellenkontur die Informationen über das verwendete Material und die Belastungen, die durch die angekoppelten Rotorscheiben definiert werden, vorliegen.

4.2.2.1 Materialbeschreibung

Bei der Materialbeschreibung ("material.assignments.xml") wird der Welle ein Werkstoff zugeordnet. Hierzu werden die Größen benötigt, die einen Rückschluss auf die Verformung und das Gewicht der Welle zulassen. Hierzu zählen die Poissonzahl (Querkontraktionszahl), der Elastizitätsmodul (E-Modul) und die Dichte. Auch muss der Werkstoff über "ShaftPart ID" einer Welle zugeordnet werden. Zusätzlich können die Streckgrenze und Zugfestigkeit angegeben werden. Diese Größen dienen allerdings momentan lediglich der Vollständigkeit, da die Bewertung der Spannungen im Werkstoff noch nicht in die Prozesskette implementiert worden ist und dementsprechend im Anschluss an die Berechnung durchgeführt werden muss. In Zukunft soll die Definition der Werkstoffeigenschaften über eine zentrale Datenbank erfolgen, in der die gewünschten Werkstoffdaten temperaturabhängig hinterlegt sind. Da diese im Moment aber noch nicht verfügbar ist, werden die Daten vorerst manuell definiert. Ein Beispiel für eine hieraus erzeugte Datei ist im Anhang B.4 zu finden.

4.2.2.2 Rotorscheiben

Dem erstellten Wellenabschnitt muss zur Festigkeitsberechnung eine detaillierte Beschreibung der Belastungen hinzugefügt werden. Bisher sind lediglich die Drehzahl über den "ShaftPart" und das Eigengewicht durch die Wellen- und Materialbeschreibung festgelegt worden. Diese Größen gehen als Flieh- und Gewichtskräfte in die Berechnung ein. Neben diesen Belastungen hat die Torsion einen signifikanten Einfluss auf die Wellenberechnung. Diese werden durch die Rotorscheiben, die aus den Rotorscheufeln, den Schaufelbefestigungen und der dazugehörenden Radscheibe bestehen, in die Welle eingeleitet. Darüber hinaus können mit diesen Massenträgheiten angekoppelt werden.

Zur Definition einer solchen Rotorscheibe müssen die Masse, das beaufschlagte Drehmoment, eine eindeutige Bezeichnung, die zugehörige "ShaftPart ID" und eine axiale Position festgelegt werden. Diese Scheiben werden dann durch Connections einem vorher definierten SplitPoint (über die ID) zugeordnet. Alle erstellten Rotorscheiben werden im Anschluss in einer Datei ("rotordata.xml") gespeichert. Auch hierzu ist im Anhang B.4 ein konkretes Beispiel hinterlegt.

4.3 Implementierung des Wellenauslegungstools

4.3.1 Erstellen eines Programmkonzepts

Das Wellenberechnungstools benötigt die zuvor beschriebenen Inputdateien (vgl. Abschnitt 4.2) in einer fest vorgeschriebenen Ordnerstruktur. Diese Struktur soll automatisiert aus den Eingabewerten in GTlab erzeugt werden. Das hierzu erstellte Konzept wird in diesem Unterabschnitt erläutert.

Bisher sind alle Größen manuell in die Inputdateien eingegeben worden. Durch die Implementierung in GTlab soll dies über eine grafische Oberfläche ermöglicht werden, mit der sich auch die Programnteile ansteuern lassen. In der Abbildung 4.3 ist das dazu erstellte Konzept dargestellt.

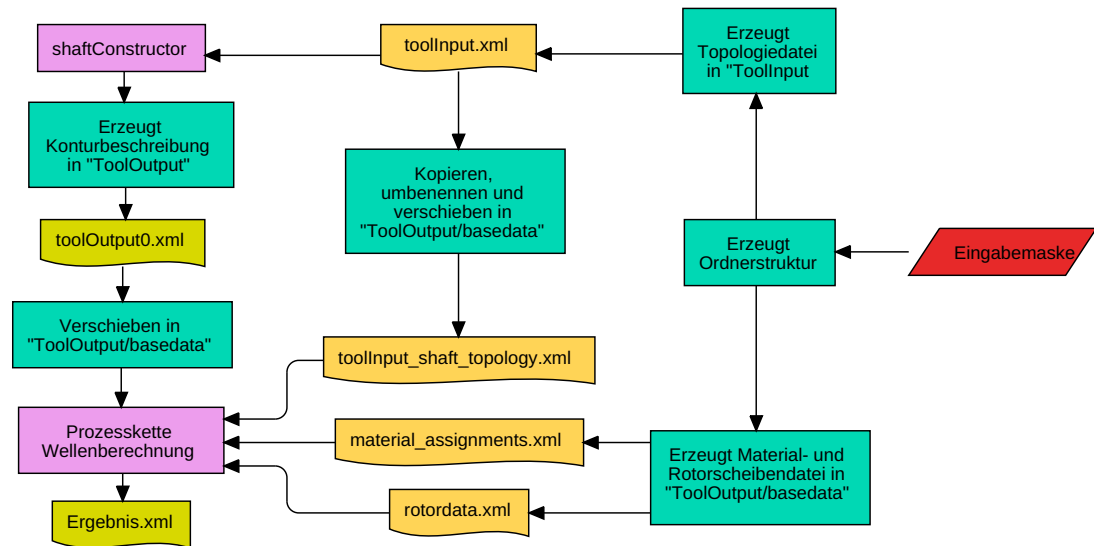


Abbildung 4.3: Flussdiagramm der Wellenberechnung (Rechtecke: Prozessschritte; Rechtecke mit gewellter Unterseite: Dateien; Raute: Eingabemaske)

Nachdem das zu berechnende Wellensystem vollständig über die neu zu entwickelnde Eingabemaske definiert ist, wird die benötigte Ordnerstruktur mit den drei Inputdateien erzeugt. Im nächsten Schritt generiert der "shaftConstructor" aus der Topologiebeschreibung ("toolInput.xml") die Wellenkontur und speichert diese als "toolOutput0.xml" im Ordner "ToolOutput" ab. Für die nachfolgende Prozesskette muss sich die Konturbeschreibung jedoch in dem Ordnerpfad "ToolOutput/basedata" befinden und wird deshalb dorthin verschoben. Zusätzlich benötigt die Prozesskette die Datei "toolInput.xml" in dem "basedata"-Verzeichnis, wobei sie dort dem Namen "toolInput_shaft_topology.xml" tragen muss. Diese wird dazu aus dem "ToolInput"-Ordner in den entsprechenden Zielordner kopiert und umbenannt. Somit ergibt sich folgende Datenstruktur:

- ToolInput/
 - toolInput.xml
- ToolOutput/basedata/
 - material_assignments.xml
 - rotordata.xml
 - toolInput_shaft_topology.xml
 - toolOutput0.xml

Mit dieser Datenstruktur lässt sich dann die Prozesskette starten. Nach einer erfolgreichen Berechnung werden alle wesentlichen Ergebnisse in dem Dokument "MemberResults.xml" zusammengefasst und im Ordner "ToolOutput" gespeichert. In der Datei

befinden sich zurzeit die maximal auftretende Vergleichsspannung im Werkstück, die Rotorscheibenauslenkungen und das Gewicht der Welle (vgl. Anhang B.6). Mit diesen Größen kann im Anschluss bewertet werden, ob die erzeugte Geometrie der Belastung standhält und ob die berechneten Auslenkungen für den betrachteten Anwendungsfall zulässig sind. In dem Institut für Bauweisen und Strukturtechnologie gelten bspw. Entwürfe für Triebwerkswellen als unbrauchbar, wenn die folgenden Randbedingungen für die Vergleichsspannung σ_v und der Auslenkung in radialer Richtung w_{max-r} überschritten werden:

$$\sigma_v \leq 0,5 \cdot R_{p0,2} \quad \text{und} \quad w_{max-r} \leq 0,1 \text{ mm} \quad (4.1)$$

4.3.2 Eingabemaske für den Wellenvorentwurf

In dem nun folgenden Unterabschnitt wird die zur Wellenberechnung erstellte Eingabemaske vorgestellt. In dieser lassen sich alle Parameter, die einen Einfluss auf die Wellenberechnung haben definieren, editieren und bei Bedarf löschen. Mit der hier vorgestellten Eingabemaske sollen zunächst einzelne Wellen ohne Wellenverzweigungen definiert werden können. Deshalb wird kein Eingabefeld für die "ShaftPart ID" benötigt (Wert wird programmintern immer mit Nullen belegt) und zur Connection-Definition reichen drei Felder für die Zuordnung von Stützpunkten aus.

Die Abbildung 4.4 zeigt den Aufbau der erstellten Eingabemaske in GTlab. Mittig in

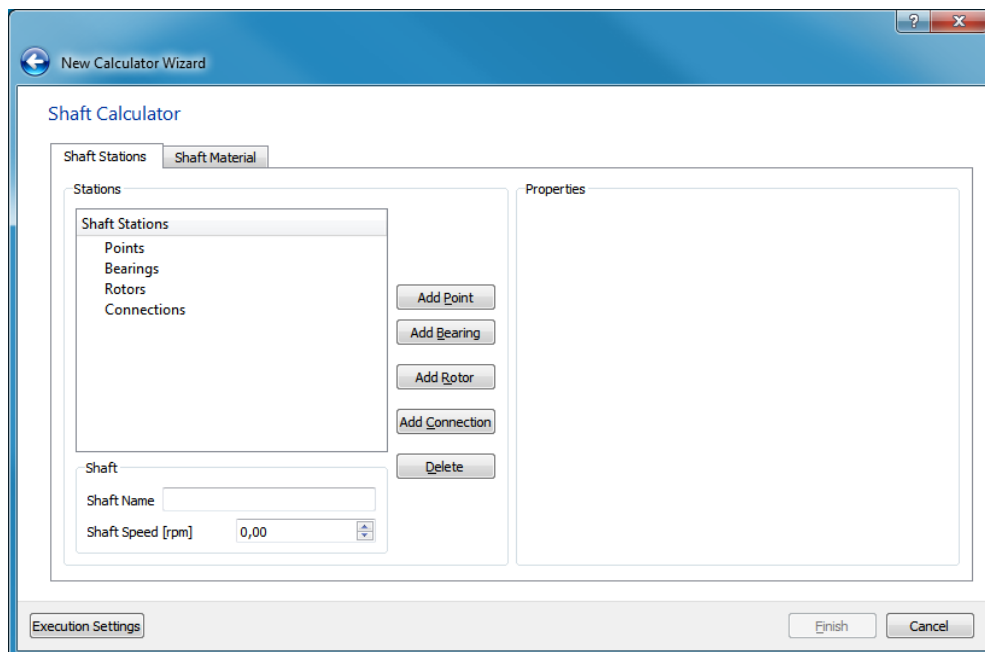


Abbildung 4.4: Eingabemaske

dem Fenster sind eine Reihe von Schaltflächen (Buttons) angeordnet, die zur Erzeugung neuer Wellenstützpunkte ("Add Point", "Add Bearing", "Add Connection") und Rotorscheiben ("Add Rotor") dienen. Wird einer dieser betätigt, werden auf der rechten Seite die jeweils benötigten Eingabefelder eingeblendet. Nachdem ein Objekt vollständig definiert wurde, wird dieses in der Baumansicht (Tree-View) auf der linken Seite unter

der entsprechenden Beschreibung, nach der axialen Position geordnet, angezeigt und lässt sich durch Selektieren erneut bearbeiten (im rechten Teil öffnen sich die Eingabefelder mit den zuvor definierten Werten). Falls das Objekt gelöscht werden soll, wird dieses erst im "Tree-View" selektiert und anschließend der "Delete"-Button betätigt. Die Eingabefelder für die Wellendrehzahl und Wellenbezeichnung befinden sich im unteren linken Fensterbereich. Für die Materialvorgaben ist ein zweiter Reiter entworfen worden, in dem alle Materialkennwerte festgelegt werden. Diese Trennung bietet den Vorteil, dass bei Fertigstellung der Materialdatenbank der Reiter mit geringem Aufwand verändert oder falls nötig gelöscht werden kann. Eine detaillierte Beschreibung des Eingabefensters ist im Anhang A.2 hinterlegt. Zusätzlich sind dort die Eingabewerte angegeben mit denen die Welle, die zur Durchführung der Parameterstudien in dem Abschnitt 4.6 genutzt wird, erzeugt werden kann.

Nach der Erstellung der grafischen Oberfläche wurden Programme entworfen, mit denen aus den Eingabewerten die benötigten Inputdateien in der geforderten Ordnerstruktur erzeugt werden können. Zusätzlich ist ein Programm zur Ansteuerung des Wellentools entwickelt worden. Diese Programme wurden dann mit der Eingabemaske verknüpft. Hierdurch kann das Wellentool vollständig aus Gtlab gesteuert werden.

4.4 Validierung des Wellentools

Nachdem die Wellenberechnung nun über Gtlab bedient werden kann, sind die Berechnungsergebnisse des Wellentools auf Plausibilität zu prüfen. Dies ist notwendig, da der Quellcode der Wellenberechnung nicht einsehbar ist und auch Fehler bei der Erstellung der Eingabedateien nicht ausgeschlossen werden können. Zur Überprüfung wird das Gewicht und die Spannung (vgl. Unterabschnitt 2.2.1) in der Welle überschlägig bestimmt. Diese Ergebnisse werden im Anschluss mit den Werten, die das Wellenberechnungsprogramm errechnet, abgeglichen.

Zur Überprüfung der Ergebnisse wird eine Welle erstellt, die einem Hohlzylinder entspricht, der einen Innendurchmesser von $d_i = 0,58 \text{ m}$, einen Außendurchmesser von $D_a = 0,62 \text{ m}$ und eine Länge von $l = 2 \text{ m}$ aufweist. Dieser wird mit einem Drehmoment von $T = 2000 \text{ Nm}$ und einer Drehzahl von $n = 0 \text{ min}^{-1}$ belastet (Stillstand), wodurch die Fliehkräfte zu Null werden. Für die nun folgenden Überschlagsrechnung wird angenommen, dass das Eigengewicht (Gewichtskraft) einen vernachlässigbaren Einfluss auf die inneren Spannungen hat. Somit wird in dieser lediglich die Torsion berücksichtigt.

Zur Berechnung der resultierenden Spannung wird zuerst das Widerstandsmoment der Welle berechnet (vgl. Formel 2.17).

$$W_t = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D_a^4 - d_i^4}{D_a} = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(0,62 \text{ m})^4 - (0,58 \text{ m})^4}{0,62 \text{ m}} = 0,010957 \text{ m}^3 \quad (4.2)$$

Mit diesem wird die Schubspannung zu:

$$\tau = \frac{T}{W_t} = \frac{2000 \text{ Nm}}{0,010957 \text{ m}^3} = 182530,64 \text{ N/m}^2 \quad (4.3)$$

Obwohl hier ein eindimensionaler Spannungsfall vorliegt, wird die Schubspannung nun in die Vergleichsspannung umgerechnet. Dieser Schritt ist notwendig, da das Berechnungsprogramm nur diese Größe ausgibt (vgl. Quelltext B.5). Aus der Formel 2.49 wird in dem vorliegenden Fall:

$$\sigma_v = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{6 \cdot \tau^2} = \sqrt{3} \cdot \tau = 0,3162 \text{ MPa} \quad (4.4)$$

Die zweite benötigte Größe, das Gewicht, berechnet sich für Hohlwellen über den Zusammenhang:

$$m = \rho \cdot V = \rho \cdot \pi \cdot \frac{D_a^2 - d_i^2}{4} \cdot l$$

$$m = 7850 \text{ kg/m}^3 \cdot \pi \cdot \frac{(0,62 \text{ m})^2 - (0,58 \text{ m})^2}{4} \cdot 2 \text{ m} = 591,876 \text{ kg} \quad (4.5)$$

Die Dichte ρ entspricht hierbei den Werkstoffeigenschaften, die in dem Berechnungsprogramm genutzt werden (X20Cr13). Das Berechnungstool berücksichtigt bei den Berechnungen folgende Einflüsse:

- die Fliehkräfte der Welle
- die Gravitation der Welle und Rotorscheiben
- die über die Rotorscheiben eingeleiteten Torsionen und Momente

An dieser Stelle ist anzumerken, dass die Masse der Rotorscheibe als Punktmasse im Zentrum der Welle definiert ist und somit keinen Einfluss auf die Fliehkräfte hat. Bei der Verwendung der oben genannten Randbedingungen errechnet das Wellentool eine Vergleichsspannung von 0,3164 MPa und ein Wellengewicht von 590,795 kg. Die Ergebnisse weichen bei der Spannung um 6,3 % und beim Gewicht um 0,18 % ab. Die Abweichungen bei den Spannungen sind hierbei auf die detailliertere Berechnungsweise des Wellentools zurückzuführen (bspw. Berücksichtigung von Gewichtskraft), weswegen die Ergebnisse aus dem Berechnungstool als plausibel eingestuft werden können.

Bereits hierbei fiel die hohe Berechnungsdauer von ca. einer Stunde auf. Diese ist für den Vorentwurf nur bedingt geeignet und sollte nach Möglichkeiten gesenkt werden. Nach Rücksprache mit dem Institut für Bauweisen und Strukturtechnologie kann diese in Zukunft, durch ein größeres Berechnungsnetz und/ oder durch andere Gleichungslöser, verringert werden. Da diese Änderungen allerdings nur von dem eben genannten Institut selbst durchgeführt werden kann (Zugriffsrechte), konnte dieses nicht im Zuge dieser Arbeit verändert werden.

4.5 Berechnungsautomatisierung mit dem Programm "RCE"

RCE (remote component environment) ist ein vom DLR entwickeltes Programm zur Prozesssteuerung und wird in dieser Arbeit dazu genutzt, die Berechnungen automatisiert durchzuführen. Das Programm bietet unter anderem Bausteine, mit denen sowohl Parameterstudien als auch Optimierungsprozesse eingerichtet werden können. Um diese für die vorliegenden Berechnungen zu nutzen, wird das gewünschte System in GTab

nachgebildet und von diesem ein Abbild (Metadaten) erzeugt. Dieses beinhaltet alle Informationen über die Objekte, die in GTlab erstellt wurden und liegt im XML-Format vor. In diesen Abbild müssen dann die zu ändernden Variablen gekennzeichnet werden. In dem vorliegenden Fall sind dafür die betreffenden Stellen durch Bezeichnungen ersetzt worden, welche von Dollarzeichen (\$) umgeben sind. In RCE wird dann mithilfe der Programmiersprache Python ein Programm erstellt, welches das Dokument einliest, die markierten Stellen durch die gewünschte Größe ersetzt, den so modifizierten Datensatz speichert und mit diesem den Prozess startet. Im Anhang B.8 ist zur Anschauung ein Quelltext eines solchen Skriptes hinterlegt.

4.6 Parameterstudie

Im Anschluss an die Plausibilitätsprüfung wird nun in einigen Parameterstudien ermittelt, wie stark sich einzelne Konstruktionsgrößen auf die Vergleichsspannung, die Auslenkungen der Rotorscheiben und auf das Gewicht der Welle auswirken. Die Abbildung 4.5 zeigt die hierzu genutzte Wellenbasisgeometrie. Die dort eingezeichneten Sterne

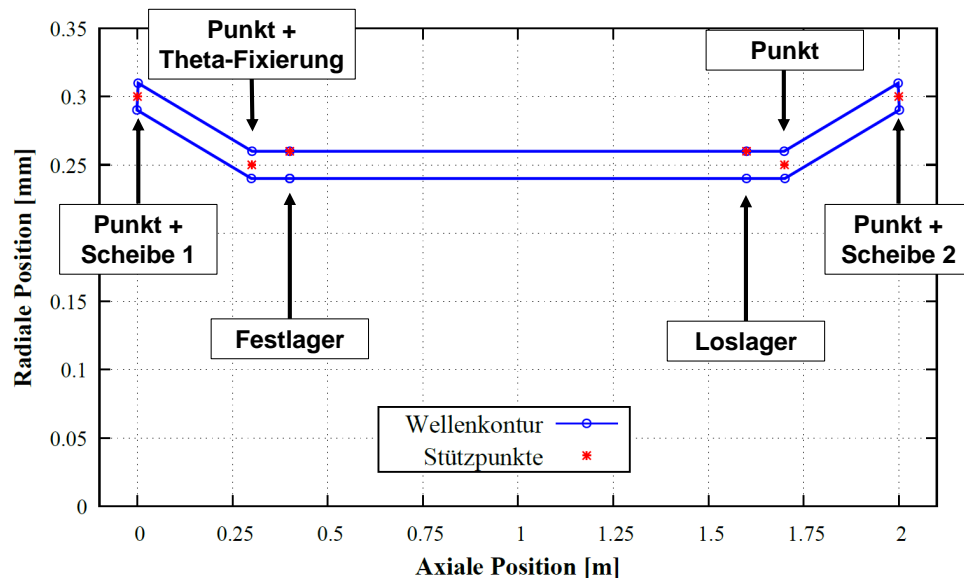


Abbildung 4.5: Gewählte Wellenbasisgeometrie für die Parameterstudien

symbolisieren die Positionen der Stützstellen ("toolInput.xml"), während die Kreise die Werte markieren, die in der "toolOutput0.xml" hinterlegt sind. Durch die Verbindung dieser Kreise entsteht die Außenkontur der Welle im axialen Schnitt. Die hier erzeugte Welle ist bis auf die verschiedenen Lagerarten völlig symmetrisch aufgebaut. Dies soll dazu beitragen, dass nach Durchführung einer Studie den erzeugten Ergebnissen eindeutige Ursachen zugeordnet werden können. Im folgenden Text werden die Rotorscheiben an manchen Stellen auch als Scheiben bezeichnet.

Für die Parameterstudien wird die Drehzahl auf 7000 min^{-1} und die Torsion auf 2500 Nm festgelegt. Dazu werden die Werkstoffkennwerte des hochlegierten Edelstahl "X20Cr13" bei Umgebungstemperatur genutzt [20].

4.6.1 Variation der Profildicke

Eine der entscheidendsten Konstruktionsgrößen ist die Profildicke, die in dem Berechnungsprogramm indirekt über den Tie-Radius angegeben wird. In der jetzt folgenden Parameterstudie wird diese Größe zwischen 0,02 m und 0,22 m bei einer Schrittweite von 0,01 m variiert.

In der Abbildung 4.6 ist der Verlauf der maximal in der Welle auftretenden Vergleichsspannung und das Wellengewicht über dem Tie-Radius dargestellt. Der Spannungsver-

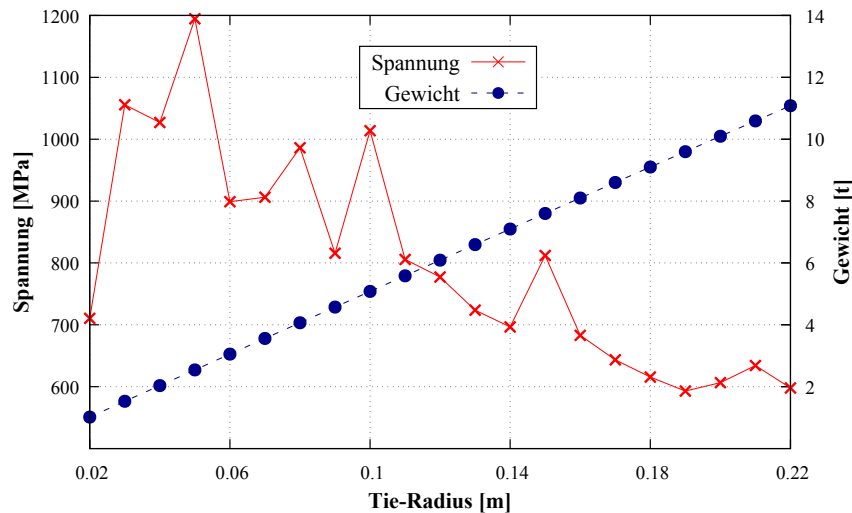


Abbildung 4.6: Die maximal auftretende Vergleichsspannung und das Gewicht der Welle bei Variation des Tie-Radius

lauf weist bei Variation des Parameters kein stetiges Verhalten auf, tendenziell steigt er zu Beginn an und fällt nach dem Erreichen eines Maximums (beim Tie-Radius von 0,05 m) ab. Dieser Verlauf lässt sich dadurch erklären, dass die eingeleiteten Belastungen durch eine höhere Wandstärke zwar besser aufgenommen werden aber auf der anderen Seite auch die Fliehkraftbelastung steigt. Da diese beiden Effekte unterschiedlich stark von dem Tie-Radius beeinflusst werden, entsteht ein Maximum. Die Unstetigkeit des Verlaufs kann darauf zurückgeführt werden, dass das in der Finiten-Elemente-Methode erzeugte Netz zu Elementen mit einem ungünstigen Breiten-Höhen-Verhältnis führt. In der Abbildung 4.6 ist zu erkennen, dass bei höheren Profildicken die Spannungssprünge deutlich abnehmen, woraus gefolgert werden kann, dass dieser Effekt verstärkt bei dünnen Profilen auftritt. Ein weitere Ursache für Unstetigkeiten bei den Vergleichsspannungen wird durch die veränderlichen Flieh- und Gravitationsbelastungen hervorgerufen. Diese können die Position der maximalen Vergleichsspannung verschieben, wodurch deren Höhe keinen konstanten Einflüssen unterliegt.

Die Abbildungen 4.7 und 4.8 zeigen wie weit die Rotorscheiben durch die aufgeprägten Belastungen aus ihren Ursprungspositionen verschoben werden. Hierbei stellt sich ein qualitativ ähnliches Verhalten für die beiden betrachtete Richtungen (z , r) und Scheiben ein. Auch ist in der Abbildung 4.7 erkennbar, dass die axialen Auslenkungen der Scheiben in verschiedene Richtungen weisen. Bei Berücksichtigung der Vorzeichen und

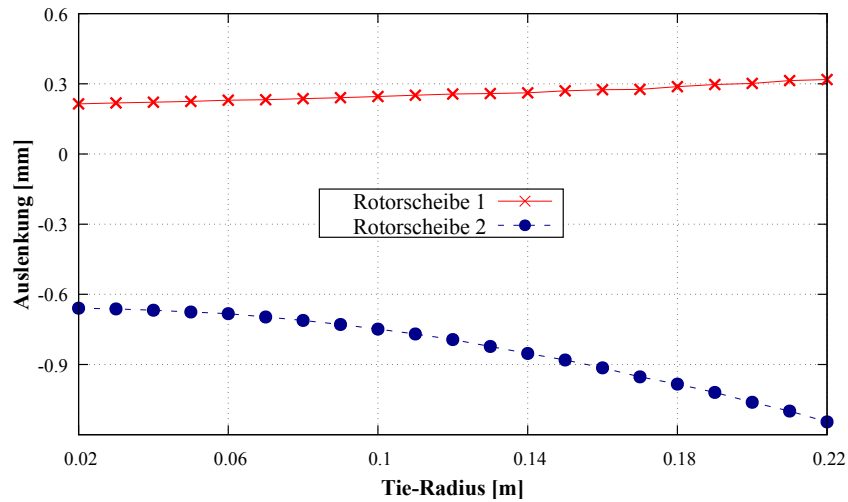


Abbildung 4.7: Axiale Auslenkung bei Variation des Tie-Radius

Lage bedeutet dies (vgl. Abb. 4.5), dass die Welle aufgrund der anliegenden Belastungen auf beiden Seiten verkürzt wird. Mit wachsender Profildicke verringert sich somit die Wellenlänge, wobei hervorzuheben ist, dass der Betrag und die Veränderung der zweiten Rotorscheibe signifikant höher sind. Dies wird durch die Lage der axialen und tangentialen Wellenfixierungen hervorgerufen. Beide befinden sich auf der linken Wellenseite und bieten der Belastung bis zur zweiten Rotorscheibe einen größeren Wirkungsbereich, wodurch bei gleicher Belastung eine höhere Verformung resultiert (vgl. Unterabschnitt 2.2.6). Bei der radialen Verformung (Abb. 4.8) führt die Variation des Tie-Radius zu Verläufen mit ausgeprägten Minima, die allerdings an verschiedenen axialen Positionen liegen. Diese Verschiebung resultieren, wie die unterschiedlichen radialen Auslenkun-

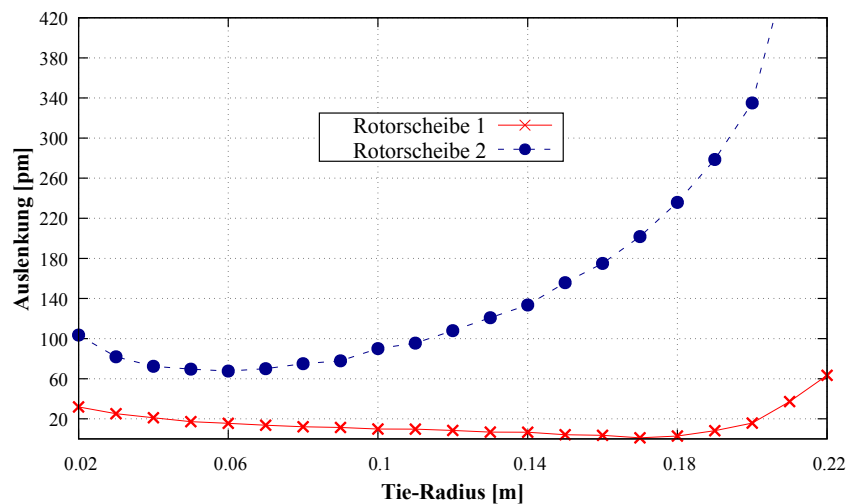


Abbildung 4.8: Radiale Auslenkung bei Variation des Tie-Radius

gen, durch die Gravitationskräfte in Verbindung mit der asymmetrischen Lagerung der Welle. Es fällt auf, dass die berechneten radialen Auslenkungen sehr gering sind, sie

bewegen sich in der Größenordnung der Gitterkonstanten von Eisen ($\approx 280 \text{ pm}$ [34]). Aufgrund dessen ist die Richtigkeit dieser Ergebnisse anzuzweifeln, wobei allerdings der Verlauf plausibel erscheint.

Beim Vergleich der Diagramme fällt auf, dass keiner der Auslenkungen dem Trend der maximalen Vergleichsspannungen folgt. Auch die Gesamtauslenkung, die nahezu dem Verlauf der axialen Verformung entspricht, folgt dem Trend der Vergleichsspannung nicht. Diese steigt bei wachsender Profildicke immer weiter an, während die Vergleichsspannungen nach dem Erreichen eines Maximalwerts absinken. Die hier beobachtete Diskrepanz zwischen den Verläufen ist vermutlich auf die Lagereigenschaften zurückzuführen. An der axialen Position eines Lagers kann die Wellenoberfläche weder radiale Längungen noch Auslenkungen erfahren, da die Kontaktstellen zwischen Welle und Lagern Fixpunkte sind. Diese Fixierungen erzeugen komplizierte Spannungsverhältnisse im Inneren der Welle, welche dazu führen, dass die maximale Vergleichsspannung von den Auslenkungen entkoppelt werden können.

4.6.2 Variation des Wellenradius

Für die zweite Parameterstudie wird der Wellenradius r_m verändert, dieser beschreibt den kürzesten Abstand zwischen der Mittelachse der Welle und der Profilachse (vgl. Abb. 4.5). Für die folgenden Berechnungen ist der Radius im mittleren Wellenbereich zwischen $r_m = 0,15 \text{ m}$ und $r_m = 0,35 \text{ m}$ variiert worden (vgl. Abb. 4.11).

In der Abbildung 4.9 ist der Einfluss des Wellenradius auf die maximal auftretende Vergleichsspannung und auf das Gewicht dargestellt. Durch die Vergrößerung des Radius steigt bei gleichbleibender Profildicke das Volumen und somit auch das Gewicht an. Aus der hierdurch wachsenden Fliehkraft folgt eine stetig ansteigende Vergleichsspannung. Gleichzeitig führt die Erhöhung des Radius aber auch dazu, dass die axiale Auslenkung

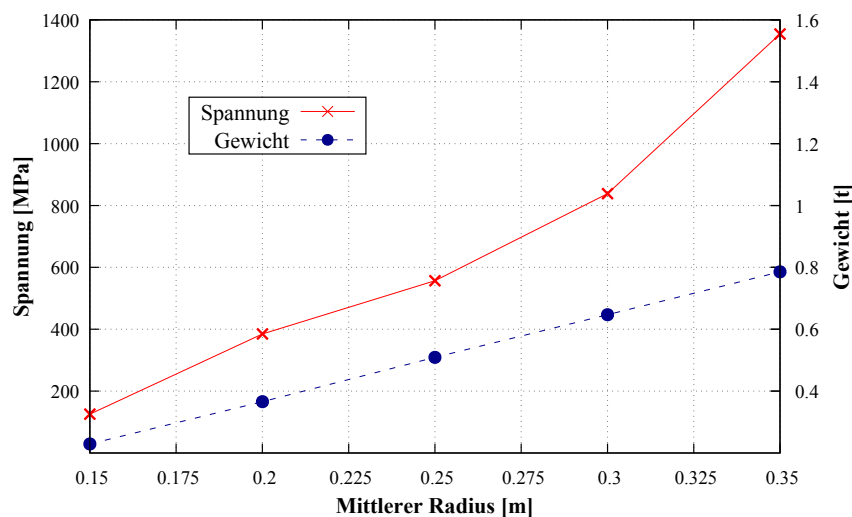


Abbildung 4.9: Die maximal auftretende Vergleichsspannung und Gewicht bei Variation des Wellenradius

der zweiten Rotorscheibe kontinuierlich wächst, während die Verformung bei der ersten

Scheibe nach einem anfänglichen Anstieg bis auf Null zurückfällt, um dann in die Gegenrichtung ausgelenkt zu werden (vgl. Abb. 4.10). Da diese Verläufe nicht allein durch

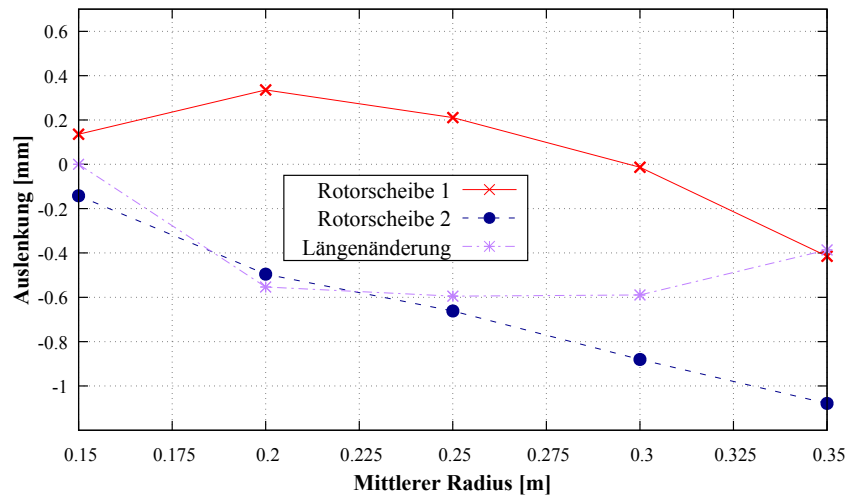


Abbildung 4.10: Axiale Auslenkung bei Variation des Wellenradius

die Veränderung der Widerstandsmomente und der Fliehkraft erklärbar sind, wird an dieser Stelle angenommen, dass die Auslenkung ein Resultat aus der Winkeländerung zwischen den Wellensegmenten ist. Diese führt aufgrund der Arbeitsweise des "shaft-Constructors" zur lokalen Beeinflussung der Profildicke, da die Wellenoberfläche aus den Schnittpunkten zwischen den Winkelhalbierenden der Verbindungselemente und den Tie-Radien konstruiert wird (vgl. Unterabschnitt 4.2.1). Hierbei schrumpft die Profildicke umso stärker, je weiter der mittlere Wellenradius von denen der Endpunkte ($r_m = 0,3\text{ m}$) abweicht.

Hierdurch lassen sich den axialen Verläufen folgende Effekte zuordnen. Aufgrund der steigenden Fliehkraft nimmt die axiale Auslenkung der ersten Scheibe bis $r_m = 0,2\text{ m}$ zu. Die weitere Erhöhung des mittleren Radius führt zu einer stärkeren Profilzunahme in den eingeschnürten Bereichen (Zunahme ist winkelabhängig), wodurch die Auslenkung trotz der steigenden Fliehkraft verringert wird. Erreicht der betrachtete Parameter den Wert von $0,3\text{ m}$, entspricht die Wellengeometrie einem Hohlzylinder. Bei einer weiteren Steigerung des mittleren Wellenradius wächst dieser über die Endpunkte hinaus, wodurch die Welle nicht mehr von der Fliehkraftbelastung verkürzt sondern verlängert wird (vgl. Abb. 4.11). Die zweite Rotorscheibe weist eine stetig anwachsende axiale Auslenkung auf, die sich aufgrund der größeren Abstände zu den axialen und tangentialen Fixpunkten ergibt. Es kann aber ebenfalls bei $r_m = 0,2\text{ m}$ beobachtet werden, dass die Zunahme der Auslenkung aufgrund der Profilverdickung gebremst wird. Selbst im Bereich $r_m > 0,3\text{ m}$ reicht die Fliehkraftverformung nicht aus, um den Trend umzukehren.

In der Abbildung 4.10 ist zusätzlich die Längenänderung in Bezug auf den ersten Berechnungspunkt eingetragen. Der Verlauf zeigt erneut die zuvor beschriebenen Effekte, bei kleinen Radien ist aufgrund des dominierenden Fliehkraftereinflusses die Verkürzung sehr ausgeprägt. Im Anschluss wird diese durch den Profildickenanstieg nahezu kom-

pensiert und führt bei der Überschreitung des mittleren Wellenradius über den Wert 0,3 m zu einem Anstieg der Gesamtlänge.

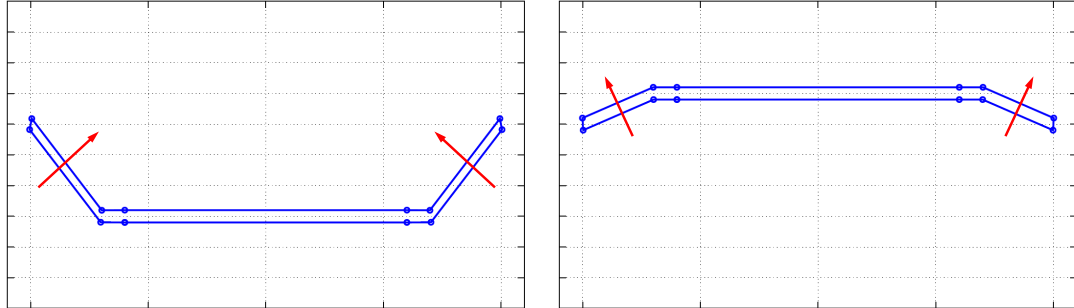


Abbildung 4.11: Wellengeometrie mit Verformungsrichtung der Wellenenden (Pfeile)
(links $r_m = 0,015$ m; rechts $r_m = 0,35$ m)

Die in der Abbildung 4.12 dargestellten radialen Auslenkungen sinken bei beiden Rotorscheiben, da durch die Erhöhung des Wellenradius auch die Steifigkeit ansteigen.

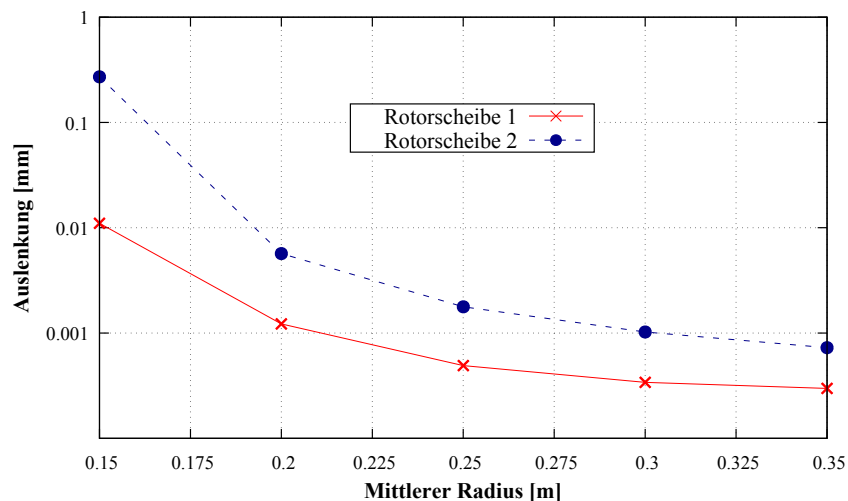


Abbildung 4.12: Radiale Auslenkung bei Variation des Wellenradius

Im Anschluss an die Parameterstudie wurde versucht die Einschnürung durch den Einsatz eines weiteren "SplitPoints" zu verhindern. Dieser wurde über dem bereits im Knick vorhandenen Punkt positioniert und mit Connections in die Struktur eingebunden, wodurch der Winkeinfluss bei der Konturerzeugung ausgehebelt werden sollte. Dieser Versuch scheiterte, da der "shaftConstructor" nicht in der Lage ist aus diesen Topologieangaben eine nutzbare Wellenkontur zu erzeugen. Eine weitere Möglichkeit den Effekt auszuschalten wäre die Erstellung eines weiteren Berechnungsprogramms, welches durch die Verrechnung der Wellensegmentwinkel einen Tie-Radius bestimmt, mit dem eine konstante Profildicke erzeugt wird. An dieser Stelle sollte aber auch darüber nachgedacht werden die Parametrisierung des Programms zu verändern, da diese keine Möglichkeit bietet von der Geometrie bei gebogenen Wellen unabhängig von der Profildicke zu variieren.

4.6.3 Variation der Lagerpositionen

Neben der Veränderung der Wellengeometrie kann das Verhalten der Welle auch durch die Lagerposition (z) beeinflusst werden. Um den Einfluss der beiden Lagerarten und derer Positionen abschätzen zu können, werden in den folgenden Parameterstudien zunächst die Lager einzeln und im Anschluss zusammen axial verschoben.

Verschieben des Festlagers: Die folgenden Ergebnisse sind durch Berechnungen entstanden, bei denen das Festlager von der Ursprungsposition ($z = 0,4\text{ m}$) schrittweise ($\Delta z = 0,1\text{ m}$) in Richtung des Loslagers ($z = 1,6\text{ m}$) verschoben wurde.

In der Abbildung 4.13 sind die hierbei berechneten maximal auftretenden Vergleichsspannungen über die verschiedenen Festlagerpositionen aufgetragen. Der Spannungs-

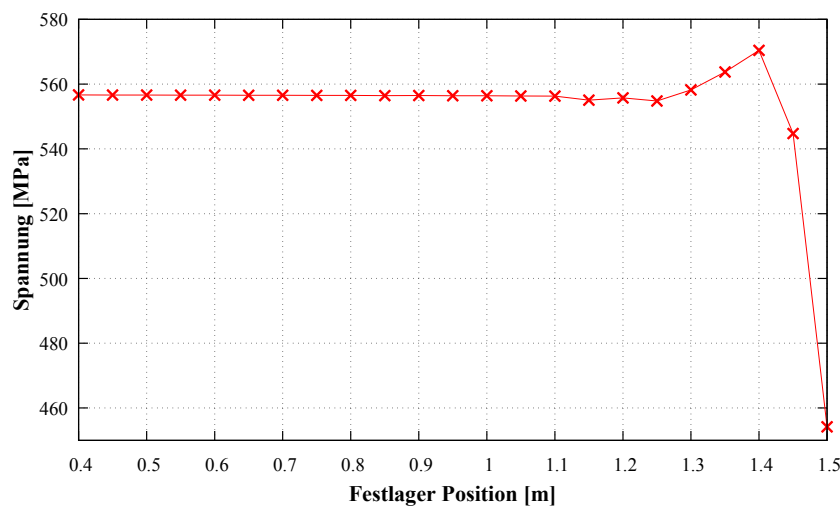


Abbildung 4.13: Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation der Festlagerposition

verlauf weist bis zur axialen Position von 1,25 m einen nahezu konstanten Wert auf. Erst beim Überschreiten dieses Wertes steigt die Vergleichsspannung leicht an und erreicht ein Maximum bei $z = 1,4\text{ m}$, bei der die mittlere Vergleichsspannung um ca. 10 MPa über den vorherigen Werten liegt. Danach fällt die Spannung rapide ab. Der nahezu konstante Verlauf bei geringeren Positionsänderungen ist eine Folge daraus, dass die wirkenden Biegemomente nur aus der Gravitationskraft resultieren und somit im Vergleich zu den Spannungen, die aus den eingeleiteten Torsionen und Fliehkräften induziert werden, relativ gering sind. Erst bei sehr ungünstiger Positionierung des Lagers kann überhaupt eine signifikante Veränderung hervorgerufen werden. Der rapide Abfall im Bereich $z = 1,4 \dots 1,5\text{ m}$ resultiert vermutlich daraus, dass in den Lagern die radialen Verformungen an den Wellenoberflächen Null betragen müssen (vgl. Abschnitt 4.2). Hierdurch ergeben sich im inneren der Welle komplexe Wechselwirkungen, wobei die radialen Belastungen über die Querdehnung kompensiert werden müssen. Dies hat zur Folge, dass eine ansteigende Biegebelastung die resultierende Vergleichsspannung im günstigsten Fall senken kann.

In der Abbildung 4.14 sind die Änderung der axialen Auslenkungen dargestellt. Die Auslenkung der ersten Rotorscheibe steigt umso stärker, je weiter das Festlager von der Scheibe entfernt wird, während sich auf der gegenüberliegenden Seite der Welle die axiale Verschiebung im gleichen Maße verringert. Hierdurch ändert sich die effektive Gesamtlänge der Welle im betrachteten Bereich nur minimal. Diese Änderung ist als "Längenänderung" eingezeichnet und visualisiert, die durch die Lagerverschiebung hervorgerufene Gesamtlängenänderung im Bezug zu der Wellenlänge, die aus der anfänglichen Lagerkonfiguration resultiert. Die Auslenkungsverschiebung von der zweiten zur ersten Rotorscheibe ist eine Folge aus den veränderten Abständen zwischen den Scheiben und dem Festlager. Dieses Lager stellt einen axialen Fixpunkt der Welle dar. Die angreifenden Belastungen wirken somit durch die Lagerverschiebung auf wechselnde Wellenbereiche, den Abstand zwischen den Scheiben und dem Festlager (vgl. Unterabschnitt 2.2.6).

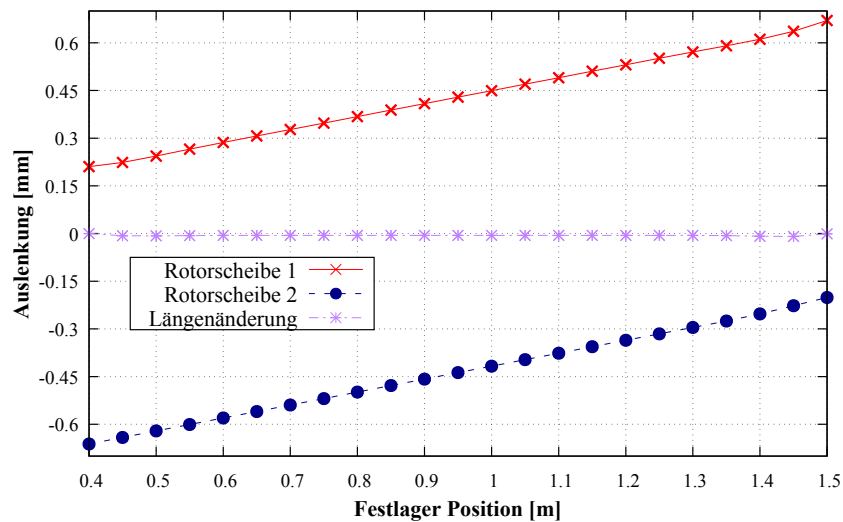


Abbildung 4.14: Axiale Auslenkung bei Variation der Festlagerposition

Die radialen Auslenkungen (Abb. 4.15) steigen bei beiden Scheiben zu Beginn an, erreichen ein Maximum bevor sie wieder abfallen. Bei der ersten Rotorscheibe stellt sich dieses Verhalten durch die Wechselwirkung der Spannungen ein. Die Verschiebung des Lagers führt zu einem stetigen Anstieg der Biegebeanspruchung, die bei kleinen Festlagerverschiebungen den dominanten Einfluss darstellt. An der Festlagerposition $z = 0,95\text{ m}$ wird diese dann von der Rückstellkraft, die durch den Wellenachsenverlauf hervorgerufen wird, übertroffen. Diese entsteht dadurch, dass die maximale Auslenkung zwischen den Lagerpositionen verringert wird. Hierdurch sinkt der Achsenwinkel (w') an den Lagern ebenfalls und somit auch die Auslenkung (w), die durch die Biegemomente verursacht wird (vgl. Unterabschnitt 2.2.3.2). Derselbe Effekt ist auch bei der zweiten Rotorscheibe zu beobachten, wobei der Wendepunkt durch die konstante Biegebelastung deutlich früher auftritt.

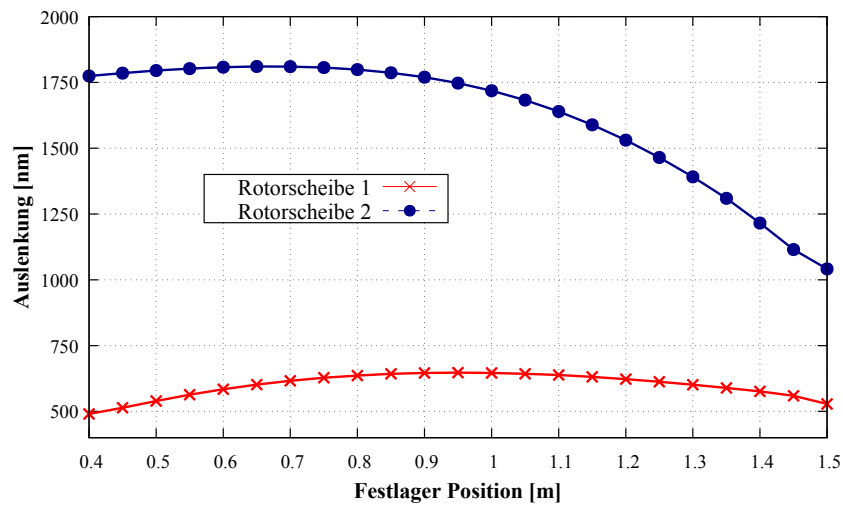


Abbildung 4.15: Radiale Auslenkung bei Variation der Festlagerposition

Verschieben des Loslagers: Im Anschluss an die Festlagerverschiebung wird nun das Loslager verschoben. Hierbei wird das Lager von seiner Ursprungsposition ($z = 1,6$ m) in 0,1 m Schritten dem Festlager angenähert.

Die Abbildung 4.16 zeigt den Verlauf der maximalen Vergleichsspannungen, dieser ist im Vergleich zu der vorherigen Parameterstudie (Festlagerverschiebung) spiegelbildlich angeordnet. Dies resultiert daraus, dass die Referenzwelle eine Loslagerposition

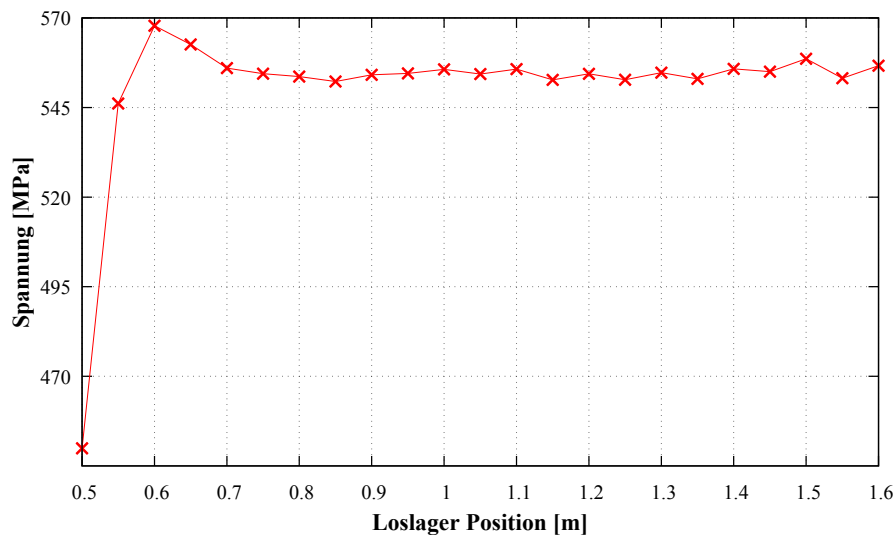


Abbildung 4.16: Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation der Loslagerposition

$z = 1,6$ m aufweist und somit die Lagerabstände bei kleineren axialen Positionswerten verringert werden. Der hierdurch auftretende Verlauf wird durch dieselben Effekte hervorgerufen, wie bei der zuvor durchgeführten Parameterstudie. Deshalb wird der

Verlauf an dieser Stelle nicht noch einmal erläutert, sondern auf die Erklärung aus der Festlagerverschiebung verwiesen.

Die berechneten axialen Auslenkungen (Abb. 4.17) werden durch die Loslagerverschiebung so gut wie gar nicht beeinflusst und bestätigt somit den Erklärungsansatz aus der vorherigen Parameterstudie (Festlagerverschiebung). In dieser ist der Abstand zwischen

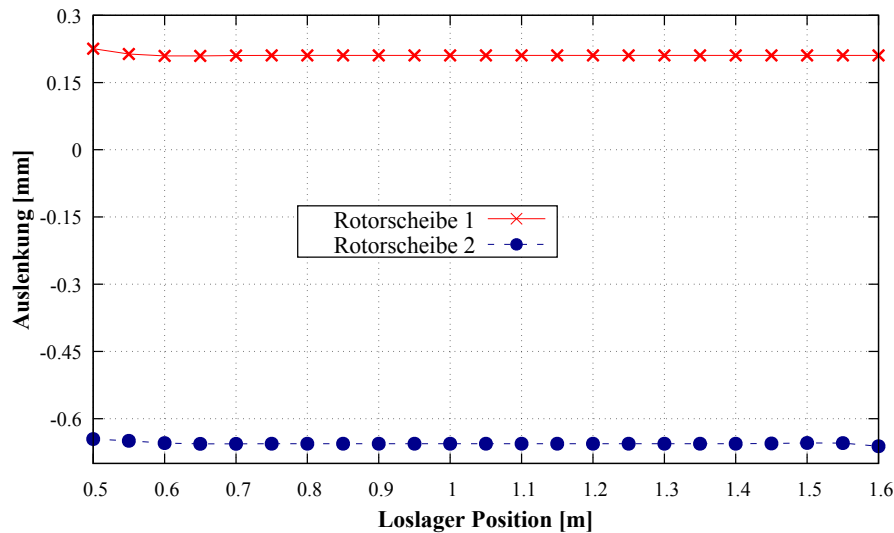


Abbildung 4.17: Axiale Auslenkung bei Variation der Loslagerposition

den Rotorscheiben und dem Festlager als die ausschlaggebende Größe identifiziert worden, die bei den hier durchgeführten Berechnungen nicht verändert wurde und somit zu dem vorliegenden Verlauf führt.

In der Abbildung 4.18 ist die radiale Auslenkung der Rotorscheiben logarithmisch über der Loslagerposition dargestellt. Dieser Verlauf grenzt sich von dem Verhalten, das sich durch die Festlagerverschiebung einstellt, ab. Die radiale Verschiebung der zweiten Rotorscheibe wird durch die Annäherung der Lager erhöht, da das Biegemoment auf der rechten Wellenseite ansteigt. Aber auch der Einfluss der Achsverläufe ist bei dieser Scheibe durch die verringerte Zunahme der radialen Verformung bei Annäherung der Lager erkennbar. Hingegen weist die erste Scheibe eine nahezu konstante radiale Auslenkung auf, lediglich im Bereich von $z = 0,75$ m ist ein Einbruch erkennbar. Dieser wirkt durch die logarithmische Skala relativ schwerwiegend, beträgt allerdings nur einen Bruchteil von der Auslenkungsänderung der ersten Rotorscheibe. Mit den hier berechneten Ergebnissen kann dem eben beschriebenen Einbruch keine eindeutige Ursache zugeordnet werden. Ein Erklärungsansatz wäre, dass die Durchbiegungen der Welle und der Lagerabstand zusammen mit den hinterlegten Werkstoffeigenschaften eine für diese Scheibe vorteilhafte Spannungsverteilung hervorruft, die zu einer lokalen Abnahme der Auslenkung führt. Für eine genauere Identifizierung der Ursache sollten aufbauend auf diese Arbeit weitere Studien durchgeführt werden.

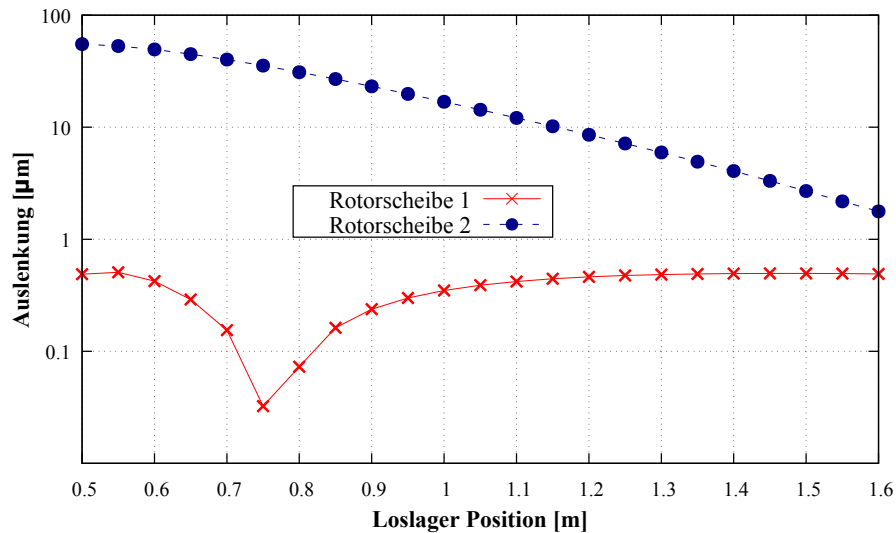


Abbildung 4.18: Radiale Auslenkung bei Variation der Loslagerposition

Verschieben beider Lager: Nach dem die Lager einzeln verschoben wurden, werden nun beide Lager aus ihrer Ursprungsposition mit einer Schrittweite von 0,05 m aufeinander zu bewegt.

Die Abbildung 4.19 zeigt die hierbei maximal auftretenden Vergleichsspannungen, die sich bei den verschiedenen Festlager- (untere Abszissenachse) und Loslagerpositionen (obere Abszissenachse) ergeben. Der darin abgebildete Verlauf ähnelt den der vorherigen Studien, in denen lediglich ein Lager verschoben wurde. Die Ursachen für diesen Verlauf sind auch hier dieselben wie zuvor und können deshalb den vorherigen Parameterstudien entnommen werden.

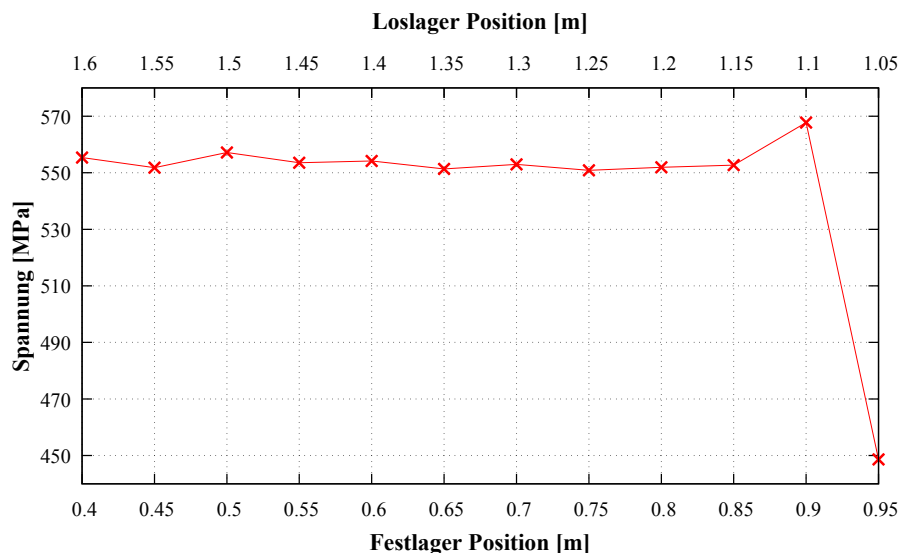


Abbildung 4.19: Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation der Fest- und Loslagerposition

Die axialen Verformungen (Abb. 4.20) der Scheiben weisen dasselbe Verhalten wie bei den zuvor durchgeführten Berechnungen auf. Die Veränderung des axialen Fixpunktes (Festlager) führt bei gleichbleibenden Zug- und Druckbelastungen zur Verschiebung der axialen Auslenkung von der zweiten zur ersten Rotorscheibe.

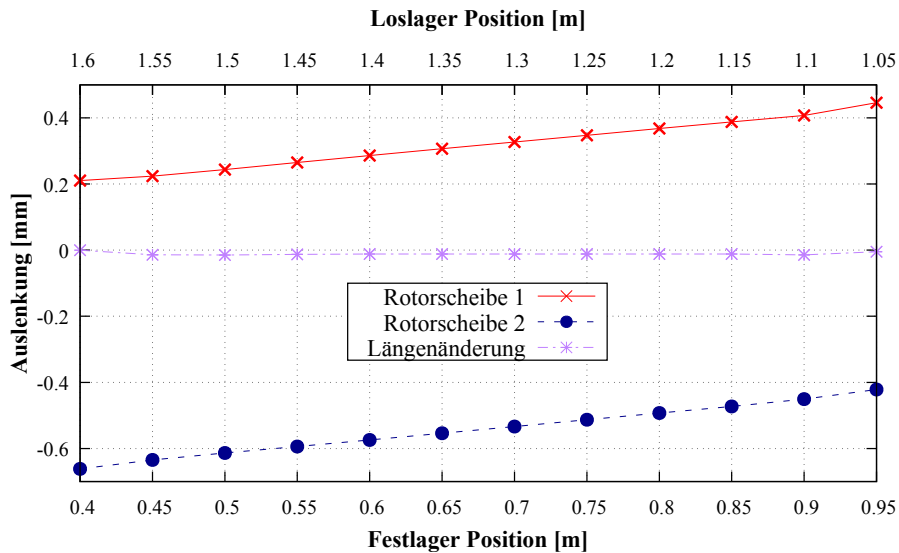


Abbildung 4.20: Axiale Auslenkung bei Variation der Fest- und Loslagerposition

Die radialen Auslenkungen der beiden Rotorscheiben sind in der Abbildung 4.21 dargestellt. Beide radialen Scheibenauslenkungen weisen ein Maximum auf, wobei das der

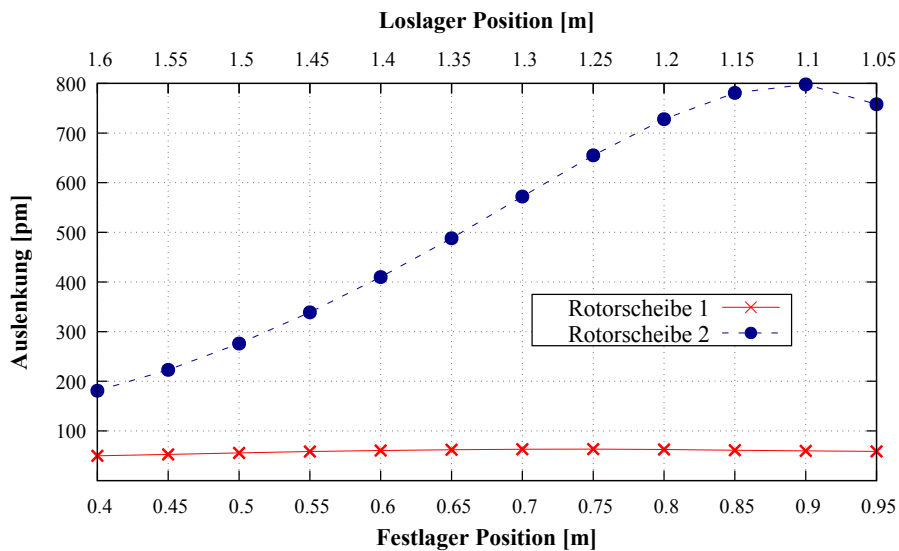


Abbildung 4.21: Radiale Auslenkung bei Variation der Fest- und Loslagerposition

zweiten Rotorscheibe signifikant höher ist. Dieser Verlauf resultiert aus der wachsenden Biegespannung, die durch die asymmetrische Lagerung zu verschiedenen hohen Auslenkungen führt. Hierdurch wird auch die Lage des Maximums beeinflusst. Der Rückgang

der radialen Verformungen ist erneut auf die Veränderung des Wellenachsenverlaufs (w') zurückzuführen (vgl. Parameterstudie Loslagerverschiebung). An dieser Stelle sei erneut auf die geringe Größenordnung der radialen Auslenkung hingewiesen. Diese Ergebnisse werden deshalb ebenso wie bei der Profildickenvariation als zweifelhaft eingestuft.

4.6.4 Variation von Wellenradius und Profildicke:

Nachdem in den vorherigen Parameterstudien die Größen einzeln verändert wurden, werden nun sowohl der Wellen- als auch der Tie-Radius variiert und somit die Studie um eine Dimension erweitert. Der Tie-Radius wird hierzu zwischen $0,01 \dots 0,05$ m und der Wellenradius zwischen $0,2 \dots 0,3$ m variiert. In den nun folgenden Abbildungen sind über die Simulationsergebnisse, die als Punkte angetragen sind Ausgleichsflächen gelegt worden, um den Trend besser erkennen zu können.

Das Gewicht zeigt ein äquivalentes Verhalten im Vergleich zu den vorherigen Parameterstudien: das Gewicht nimmt bei steigendem Wellen- und/ oder Tie-Radius zu. Da die Darstellung des Gewichts zu keinen neuen Erkenntnissen führt, wird auf eine erneute Darstellung verzichtet und auf die vorhergehenden Untersuchungen verwiesen (Abb. 4.6 und 4.9).

In der Abbildung 4.22 ist die maximale Vergleichsspannung in der Welle über die beiden Radien dargestellt, diese verringert sich bei sinkendem Wellen- und Tie-Radius. Dieses Gefälle resultiert aus den Einflüssen, den die beiden Parameter auf die Fliehkraft und das Widerstandsmoment haben.

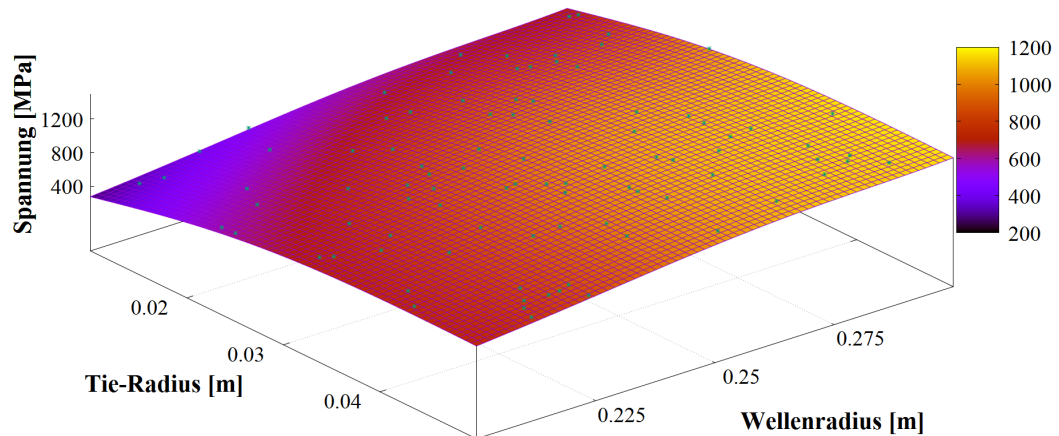


Abbildung 4.22: Die maximal auftretende Vergleichsspannung bei Variation des mittleren Wellen- und Tie-Radius

Im Vorfeld dieser Studie wurde angenommen, dass sich bei kleinen Tie-Radien ein Spannungsminimum ausbildet, da bei sinkenden Profildicken auch das Widerstandsmoment sinkt und dementsprechend durch die konstante Torsion die Vergleichsspannung erneut ansteigen müsste. Da dieses Verhalten bei der vorliegenden Versuchsreihe nicht erreicht wurde, sollte bei weiterführenden Versuchen die untere Grenze des Tie-Radius tiefer

angesetzt werden.

Die Abbildung 4.23 stellt die axialen Auslenkungen der Rotorscheiben über die hier betrachteten Parameter dar. Die erste Scheibe weist ein Minimum in den mittleren Werte-

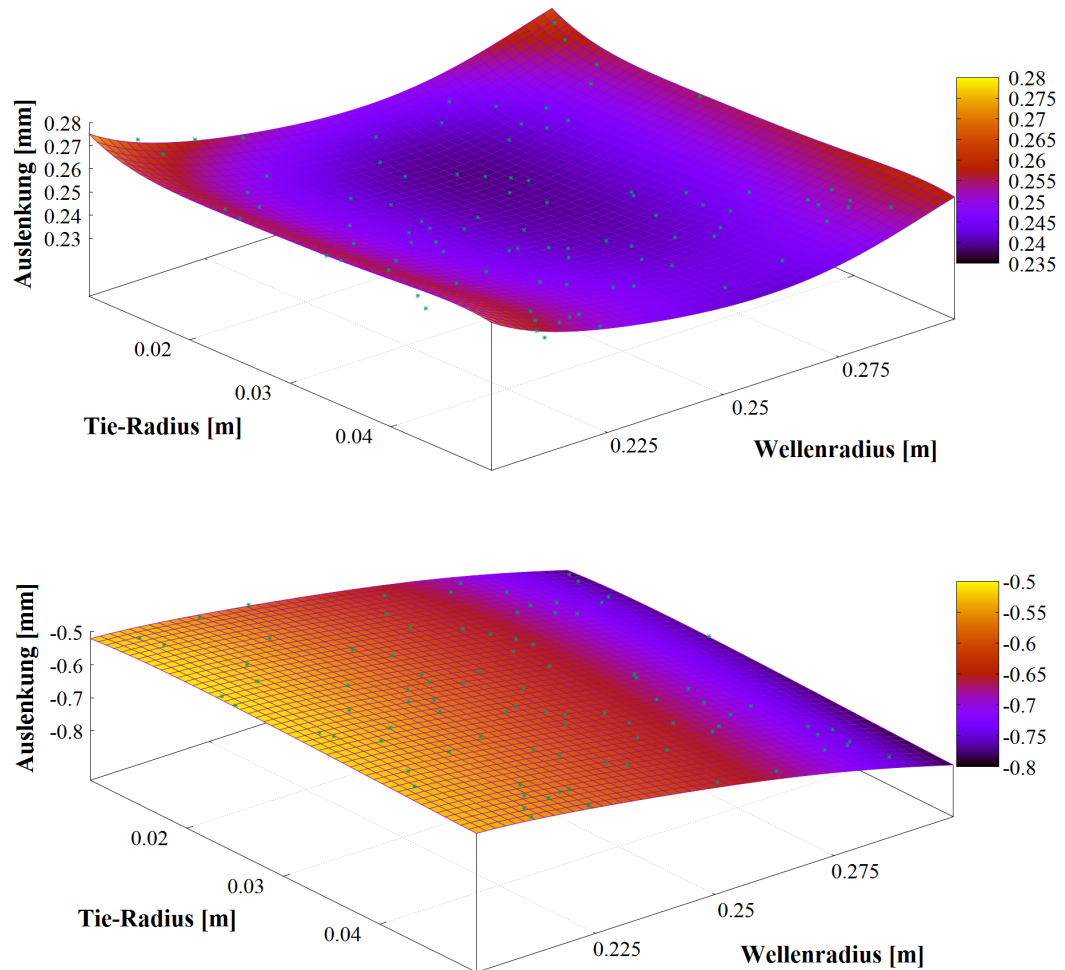


Abbildung 4.23: Axiale Auslenkung bei Variation des Wellen- und Tie Radius
oben: Scheibe 1; unten Scheibe 2

bereichen auf. Für die hier simulierte Drehzahl ergibt sich dort ein günstiges Verhältnis zwischen Widerstandsmomenten und angreifenden Belastungen. Bei der zweiten Scheibe führt ein steigender Wellenradius dazu, dass die Auslenkung signifikant ansteigt. Diese Beobachtung ist erneut auf den Anstieg der Fliehkraft zurückzuführen, wobei die größeren Entfernungen zu den axialen und tangentialen Fixpunkten der Welle dazu führen, dass sich kein Optimum ausbildet. Bei beiden Rotorscheiben hat die Variation des Tie-Radius einen wesentlich geringeren Einfluss auf die Auslenkung, da die Auswirkungen der Widerstands- und Fliehkrafterhöhung sich zu großen Teilen gegenseitig aufheben.

Bei der radialen Auslenkung (Abb. 4.24) ergeben die Berechnungen hingegen für beide Scheiben einen ähnlichen Verlauf. Die Kombination aus großem Wellen- und Tie-Radius führt zu einer Minimierung der radialen Auslenkung. Anders als bei der axialen Verformung haben hier die beiden Parameter einen ähnlich großen Einfluss auf die resultierenden Auslenkungen, beide erhöhen das Widerstandsmoment gegen Biegung in ähnlichem Umfang. Auch bei dieser Studie ist die Größenordnung der radialen Auslenkungen sehr klein, weshalb die Ergebnisse anzuzweifeln sind.

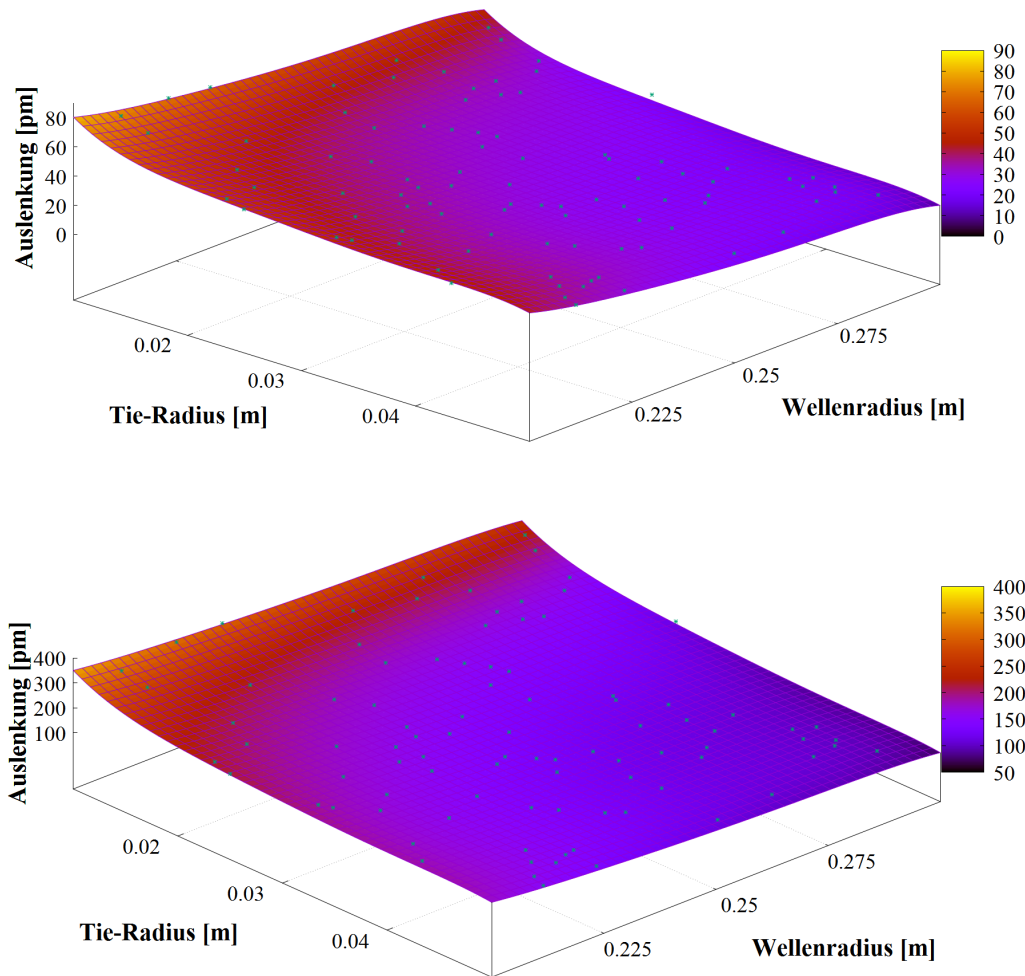


Abbildung 4.24: Radiale Auslenkung bei Variation des Wellen- und Tie Radius
oben: Scheibe 1; unten Scheibe 2

4.7 Gewichtsoptimierung eines Wellen-Lager-Systems

Nachdem in den Parameterstudien der Einfluss der Einzelgrößen ermittelt wurde und durch die gleichzeitige Variation zweier Parameter eine erprobte Prozesskette zur Automatisierung der Berechnungen vorliegt, wird nun eine Optimierung eines exemplarischen Wellen-Lager-Systems durchgeführt. Hierzu wird das in Kap. 3 vorgestellte Programm zur Gewichtsabschätzung von Wälzlagern in GTab mit dem Wellenauslegungsprogramm gekoppelt. Hierbei dient der Außendurchmesser der Welle als Berechnungsgrundlage zur Abschätzung des Lagergewichts. Die Lagerbreite (B) und der Bohrungsdurchmesser (D) werden über die im Programm hinterlegten Polynome (vgl. Tab. 3.4) überschlägig bestimmt. Dies ermöglicht das Gesamtgewicht des Systems als Optimierungsgröße einzusetzen, während der Optimierer den Wellen- und Tie-Radius variiert. Als Randbedingungen für diese Optimierung werden die maximalen Vergleichsspannungen und die radialen Auslenkungen mit den Werten aus der Formel 4.1 limitiert. Diese Größen wurden ausgewählt, da die radialen Spaltmaße in Triebwerken sehr gering sind und da bei der Überschreitung der vorgegebenen Grenzspannung mit plastischer Verformung des Rotors gerechnet werden muss.

Bei der Variation des Wellenradien hat sich gezeigt, dass bei Verwendung der bisherigen Wellengeometrie (vgl. Abb. 4.5) die Veränderung des Wellenradius die Profildicke lokal beeinflusst (vgl. Unterabschnitt 4.6.2). Zur Vermeidung dieser indirekten Beeinflussung wird für die folgende Optimierung eine Welle genutzt, die einem einfachen Hohlzylinder entspricht. Der genaue Aufbau kann der Abbildung 4.25 entnommen werden. Die dort abgebildete Wellengeometrie bietet den zusätzlichen Vorteil, dass der Tie-Radius der Profildicke entspricht und somit die Auswertung weiter vereinfacht wird.

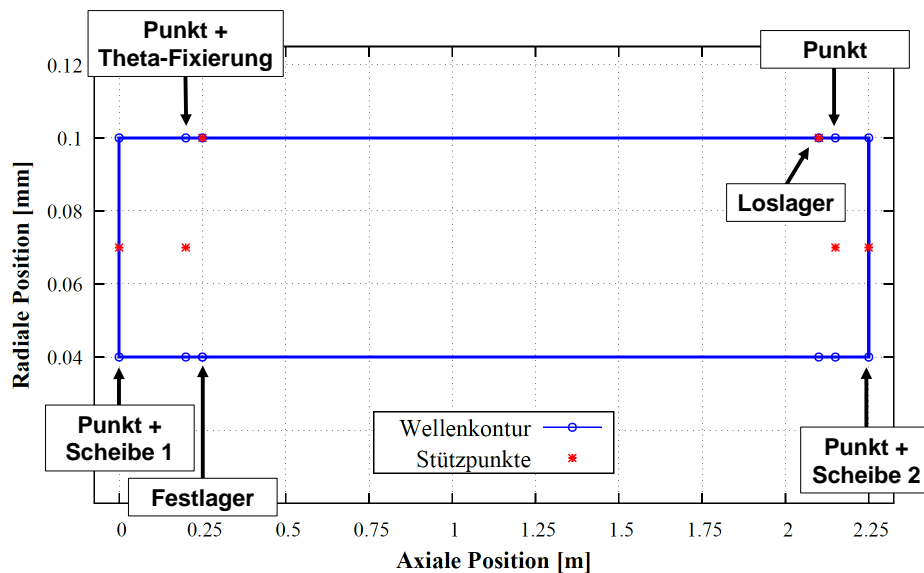


Abbildung 4.25: Wellengeometrie für die Optimierung

Die Wellengeometrien sind an die Werte einer Triebwerkswelle (Niederdruckwelle) angenähert. So wird dem Optimierer ein Wellenradiusbereich von $r = 0,04 \dots 0,1$ m und ein Profildickenbereich von $0,02 \dots 0,04$ m vorgegeben. Die Länge der Welle beträgt

2,25 m, auf der das Festlager an $z = 0,25$ m und das Loslager an $z = 2,1$ m positioniert sind. Damit ergeben sich an den Bereichsgrenzen die vier Geometrien, die in der Abbildung 4.26 skizziert sind. Hierzu sei noch angemerkt, dass der Programmteil "shaftConstructor" nicht in der Lage ist eine Vollwelle zu erstellen, somit wird bei der Wertekombination "Wellenradius ist gleich Tie-Radius" kein Ergebnis generiert. Auch

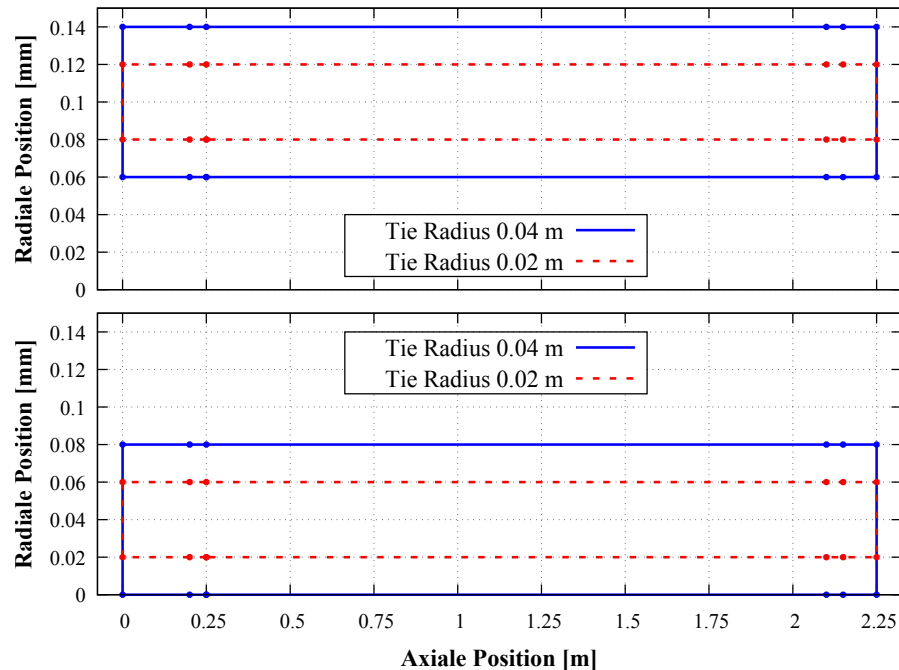


Abbildung 4.26: Randgeometrien der Welle bei der Optimierung (obere Abb.: Wellenradius = 0,1 m; untere Abb.: Wellenradius = 0,04 m)

der Werkstoff und die Belastungen orientieren sich an typischen Werten einer Triebwerksniederdruckwelle. Hierzu wird angenommen, dass an der Wellen Kühlluft aus dem Hochdruckverdichter geleitet wird und diese 430°C beträgt. Es werden die Werkstoffeigenschaften des Materials "Inconel 718" verwendet. Diese Welle wird bei den Berechnungen mit einem Drehmoment von 40000 Nm und einer Drehzahl von 5000 min^{-1} belastet.

Zur Optimierung wurden 850 Berechnungen durchgeführt, dabei sind von dem Optimierer die in der Abb. 4.27 gezeigten Kombinationen von Wellen- und Tie-Radius berechnet worden. Die Sterne in der Darstellung kennzeichnen fehlgeschlagene Berechnungen (270 Berechnungen). Diese werden durch extrem hohe Spannungen in der generierten Wellenstruktur oder durch eine ungünstige Netzstruktur in der FE-Methode hergerufen. Solche Bedingungen können dazu führen, dass die intern erzeugten Gleichungssysteme nur langsam oder gar nicht konvergieren und somit die programminterne maximale Berechnungsdauer überschritten wird. Lösungsansätze hierzu wären: die zulässige Berechnungszeit zu erhöhen, die Netzgenerierung an die vorliegenden Fälle dynamisch anzupassen und unter Umständen die Genauigkeit des FE-Lösers zu senken. Mit den momentanen Konfiguration scheitern die Berechnungen relativ häufig bei kleinen Wellenradien ($r \leq 0,065\text{ m}$). Die genannten Lösungsansätze müssen allerdings vom Institut für Bauweisen und Strukturtechnologie durchgeführt werden, da nur dieses die dazu

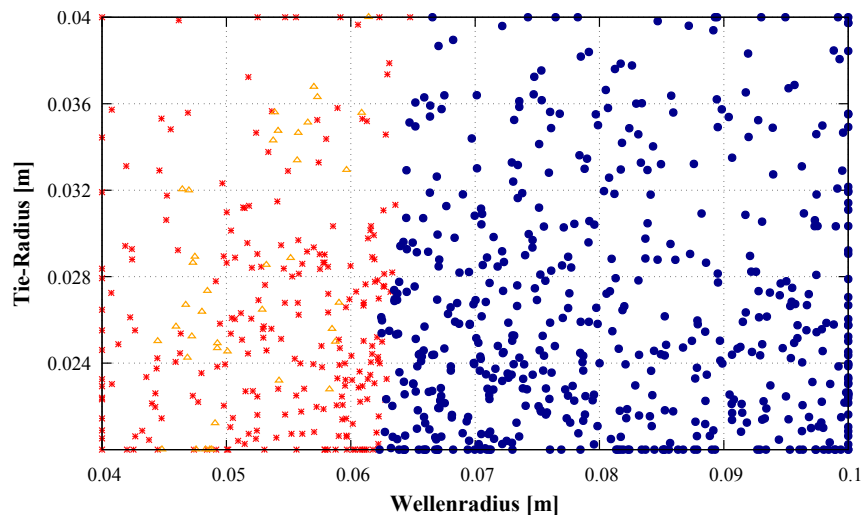


Abbildung 4.27: Berechnete Wertekombinationen während des Optimierungsprozesses

nötigen Zugriffsrechte besitzt. Die restlichen Wertekombinationen konnten hingegen erfolgreich berechnet werden (580 Berechnungen), wobei die mit Dreiecken markierten Kombinationen die Randbedingungen nicht einhalten konnten (39 Berechnungen). Somit können nur die Wellengeometrien, die mit den verbleibenden Parameterpaaren (Punkte) erzeugt wurden unter den hier simulierten Belastungen eingesetzt werden.

Als Optimierer wurde der sogenannte "Dakota Multi Objective Genetic Algorithm" verwendet. Dieser zeichnet sich dadurch aus, dass er in der Lage ist lokale Minima zu erkennen. Die grundlegende Funktionsweise der genetischen Optimierer basiert auf der Grundidee, den Berechnungsprozess an die biologische Evolution anzulehnen. Aus einer Generation werden die Besten ausgewählt, untereinander kombiniert und selektiv Eigenschaften verändert. Bei dem betroffenen Optimierer werden zuerst zufällige Parameterkombinationen berechnet (erste Generation). Diese Ergebnisse werden dann über eine interne Funktion bewertet, um die mit dem höchsten Potenzial zufällig untereinander zu rekombinieren (Parameterkombination) oder mutieren (willkürliche Parameteränderung). Mit der so neu entstandenen Generation werden die Ergebnisse nach demselben Schema weiter optimiert, bis voreingestellte Abbruchkriterien erreicht werden. Ein Nachteil bei dieser Vorgehensweise ist die relativ hohe Anzahl an Berechnungen bis zur Konvergenz. Da durch die genaue Analyse der Berechnungsweise für diese Arbeit nicht relevanten ist, wird an dieser Stelle auf einschlägige Fachliteratur verwiesen (bspw. [35] [36]). Als Abbruchkriterium dient bei der folgenden Optimierung eine maximal zulässige Anzahl an Iterationen (850) und eine minimale Massenänderung von 10^{-4} kg.

Nachdem der Optimierungsprozess des Wellen-Lager-Systems eingerichtet und erfolgreich durchlaufen wurde, ist bei der Aufbereitung der Ergebnisse aufgefallen, dass die Werte, die nicht den konstruktiven Randbedingungen entsprechen, wesentlich höhere Auslenkungen und Vergleichsspannungen als die zulässigen Parameterkombinationen aufweisen (ca. um den Faktor 1000 höher). Damit aus den hierzu erstellten Diagrammen Aussagen über die Verläufe getroffen werden können, wird auf die Darstellung der

überhöhten Werte verzichtet. Die eingezeichneten Verläufe in den Diagrammen sind durch Interpolation zwischen den Berechnungsergebnissen erzeugt worden. Die nicht befüllten Flächen am linken Rand der Diagramme kennzeichnen Bereiche in denen keine Interpolation, aufgrund fehlender Informationen, erzeugt werden konnte.

In der Abbildung 4.28 ist die Vergleichsspannung über den Tie- und Wellenradius dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Spannung bei wachsendem Wellendurchmesser tendenziell zunimmt, während die Änderung des Tie-Radius zu einem unspezifischeren Verhalten führt. Diese Ergebnisse decken sich trotz der veränderten Wellengeometrie mit den zuvor ermittelten Verläufen der eindimensionalen und zweidimensionalen Parameterstudie.

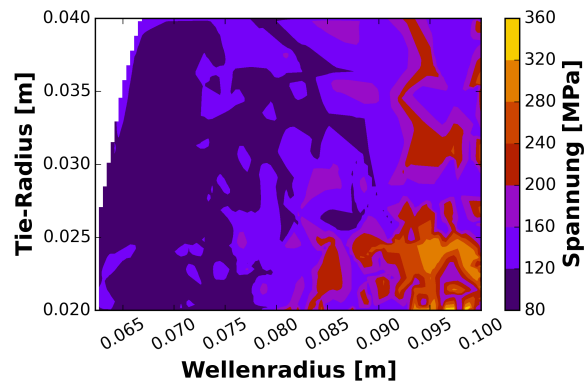


Abbildung 4.28: Maximal auftretende Vergleichsspannung

Die axialen Auslenkungen der beiden Rotorscheiben sind in der Abbildung 4.29 abgebildet. Bei der vorliegenden Belastung verhalten sich die beide Wellenenden sehr ähnlich: steigen der Wellen- und/ oder Tie-Radius an, so verkürzt sich die Welle stärker. Diese Zusammenhänge konnten bei den vorhergehenden Studien nicht beobachtet werden, da bei diesen der Wellenradius nicht komplett von der Profildicke entkoppelt war und darüber hinaus auch ein anderer Wertebereich berechnet wurde. Lediglich der Zusammenhang zwischen Tie-Radius und axialer Verformung konnte bei der eindimensionalen Studie "Variation der Profildicke" bereits beobachtet werden.

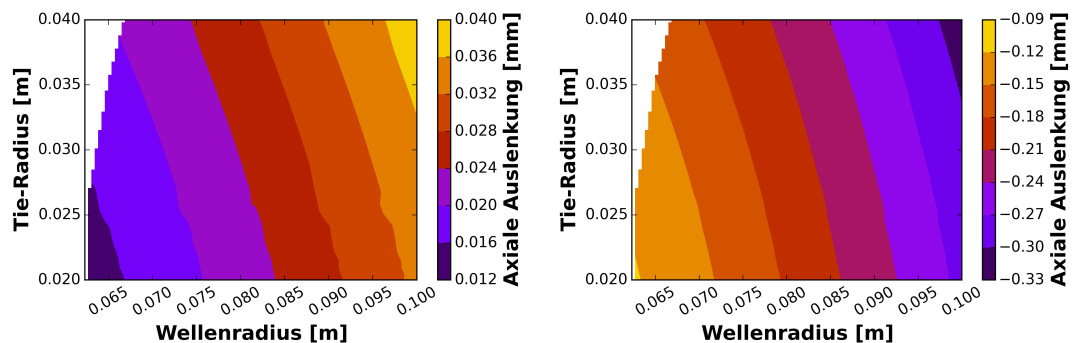


Abbildung 4.29: Axiale Auslenkung (links: Rotorscheibe 1; rechts: Rotorscheibe 2)

In der Abbildung 4.30 sind die radialen Auslenkungen dargestellt. Die Diagramme zei-

gen, dass bei den hier durchgeführten Berechnungen die Verläufe ein relativ ähnliches radiales Verhalten aufweisen. Sowohl die Erhöhung des Wellen- als auch die des Tie-Radius führen zu einer wachenden Auslenkung. Dies wird durch die in beiden Fällen ansteigende Fliehkraft hervorgerufen. Hierbei ist hervorzuheben, dass die Tie-Radius-Variation bei der zweiten Rotorscheibe einen geringeren Einfluss auf die radialen Auslenkungen hat. Auch fällt auf, dass bei einem Tie-Radius von ca. 0,25 m bei beiden Scheiben eine ungewöhnlich starke Verringerung der Auslenkung zu beobachten ist. Bei derselben Profildicke kann bei der axialen Verformung der ersten Rotorscheibe der entgegengesetzte Effekt beobachtet werden, die Auslenkung steigt ähnlich sprunghaft an (vgl. Abb. 4.29). Eine eindeutige Ursache dieses Phänomens konnte mit den vorliegenden Daten auch nach Rücksprache mit dem Institut für Bauweisen und Strukturtechnologie nicht gefunden werden.

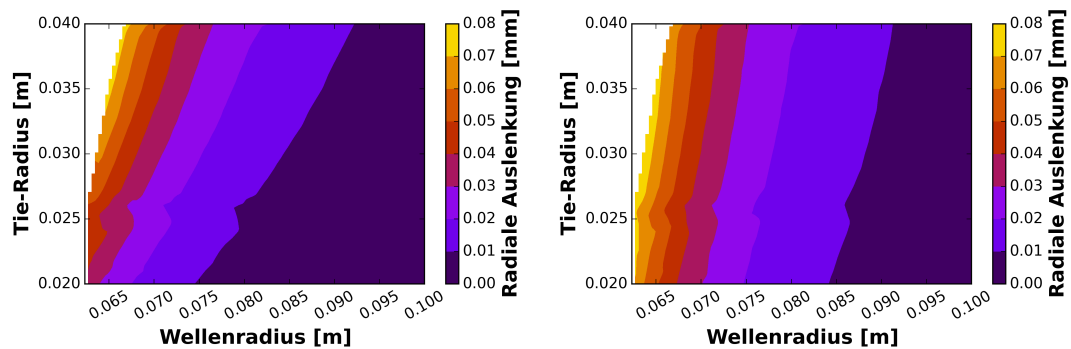


Abbildung 4.30: Radiale Auslenkung (links: Rotorscheibe 1; rechts: Rotorscheibe 2)

In der Abb. 4.31 sind die Gewichte der Wellen (links) und der Lager (rechts) dargestellt. Der Verlauf zeigt wie erwartet, dass Wellen mit kleinen Durchmessern und Profildicken leichter sind. Bei den Lagergewichten ist prinzipiell dasselbe Verhalten zu beobachten, allerdings hat der Tie-Radius einen wesentlich geringeren Einfluss als bei den Wellen. Das Systemgewicht ergibt sich durch die Addition der beiden Größen, wodurch sich der

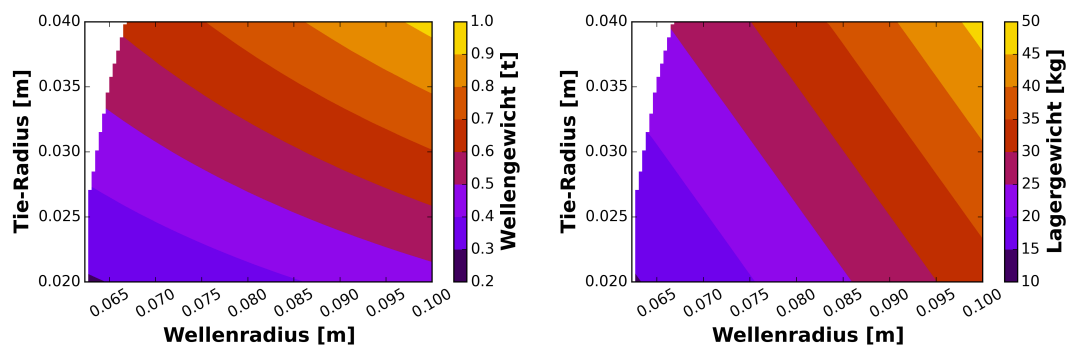


Abbildung 4.31: Gewicht der Wellen (links) und Lager (rechts)

Verlauf ergibt, der im linken Bereich der Abbildung 4.32 visualisiert ist. Es ist erkennbar, dass die wesentlich schwerere Welle den dominanten Einfluss auf das Verhalten des Systemgewichts hat. Im rechten Bereich der Abbildung sind zusätzlich die prozentualen Gewichtsanteile der Lager an den Systemgewichten abgebildet. Die Werte schwanken

je nach Welle zwischen 3,6 % und 6,8 %. Hierbei ist aber anzumerken, dass die hier betrachtete Welle an eine Niederdruckwelle angepasst wurde und somit im Vergleich zu Mittel- oder Hochdruckwellen wesentlich länger ist. Damit zeigt diese Berechnung auch, dass das Lagergewicht einen nicht zu vernachlässigenden Einfluss auf das Gesamtgewicht des Wellen-Lager-Systems hat.

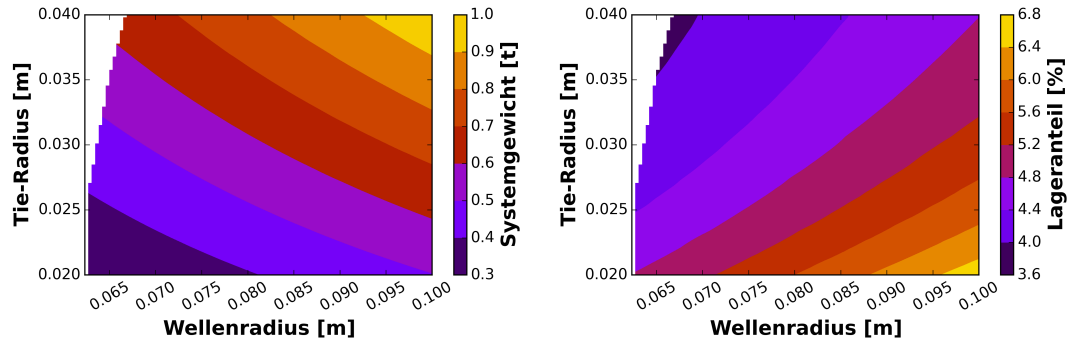


Abbildung 4.32: Das Systemgewicht (links) und der hiervon eingenommene Lageranteil (rechts)

Wie bereits der Darstellung des Systemgewichts entnommen werden konnte, liegt das berechnete Minimum bei möglichst niedrigen Wellen- und Tie-Radien. Der Optimierer konnte einen optimalen Wellendurchmesser von 0,0623 m bei einer Profildicke (Tie-Radius) von 0,02 m bestimmen. Bei diesem Wertepaar wird ein Systemgewicht von 303,76 kg erreicht, woran die Lager einen Gewichtsanteil von 4,81 % haben. Die restlichen Ergebnisse sind in der Tabelle 4.1 hinterlegt.

Axiale Auslenkung [mm]		Radiale Auslenkung [mm]		Vergleisspannung [MPa]
Scheibe 1	Scheibe 2	Scheibe 1	Scheibe 2	
0,0142	-0,1166	0,0357	0,0696	113,89

Tabelle 4.1: Optimierungsergebnisse

Da sich bei den jetzigen Berechnungen eine hohe Abbruchquote bei kleinen Wellenradien ergeben hat (vgl. Abb. 4.27), sollte das Wellentool noch einmal überarbeitet werden, damit in dem Bereich des Optimums mehr nutzbare Ergebnisse erzeugt werden können. Aufgrund der fehlenden Zugriffsrechte müssen diese Änderungen allerdings vom Institut für Bauweisen und Strukturtechnologie durchgeführt werden.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

In der Triebwerksentwicklung wird es immer wichtiger das Gesamtsystem "Triebwerk" zu betrachten, da die einzelnen Baugruppen durch ihren hohen Entwicklungsstand nur noch ein geringes Verbesserungspotenzial aufweisen. Hierzu müssen die Auswirkungen von Änderungen auf das System interdisziplinär bewertet werden. Aus diesem Grund kommen in der Triebwerksentwicklung immer häufiger Vorentwurfsprogramme zum Einsatz. Diese können konstruktive Veränderungen innerhalb kurzer Zeit bewerten, da sie über vereinfachte Modelle zur Beschreibung der wichtigsten Bauteile verfügen. In den Berechnungen müssen neben den aerodynamischen Komponenten auch die mechanischen Bauteile abgebildet werden, da gerade in der Luftfahrt das Gewicht eine der Haupteinflussgrößen für die Gesamtauslegung ist. Diese Arbeit hat deshalb das Ziel Vorentwurfsverfahren zur Abschätzung von Wellen- und Wälzlager zu entwickeln. Diese Verfahren werden im Anschluss in die DLR-interne Triebwerksvorentwurfsumgebung GTlab implementiert.

Bei der Wälzlager vorauslegung werden die Lagertypen Rillenkugel-, Zylinderrollen-, Pendelrollen- und Vierpunktlager betrachtet. Hierzu sind zwei Verfahren entwickelt worden, mit denen Lagergewichte auf verschiedenen Auslegungsebenen bestimmt werden können. Mit dem ersten Verfahren erfolgt die Lagergewichtsabschätzung allein durch die Angabe des Lagertyps und weniger geometrischer Abmessungen. Hierzu wurden mehrere Korrelationsverfahren entwickelt und das am besten geeignete Verfahren auf die ausgewählten Lagertypen übertragen. Bei diesem wird das Lagergewicht über eine abstrakte Dichte berechnet, womit eine relative Massenabweichung von unter $\pm 15\%$ erreicht wird. Zu diesem Verfahren ist im Anschluss eine Erweiterung des Programms entwickelt worden, mit dem die Anzahl der geometrischen Eingangsgrößen auf Kosten der Genauigkeit gesenkt werden kann. Das zweite Verfahren ermittelt Lagerkennwerte, mit deren Hilfe konkrete Lager ausgewählt werden können. Die Berechnungen basieren auf der Lebensdauerbestimmung von Wälzlager und benötigen Angaben über den Lagertyp, die auftretende Lagerbelastung, die geforderte Lebensdauer und die dabei gewünschten Laufeigenschaften. Mit diesen Größen kann das Verfahren für Zylinderrollen- und Vierpunktlager die benötigten Kennwerte (die Tragzahlen) direkt berechnen. Hingegen müssen für die Rillenkugel- und Pendelrollenlagerberechnungen zunächst einige Parameter abgeschätzt werden mithilfe derer sich die Tragzahlen bestimmen lassen. Der Nutzer kann mit diesen Werten konkrete Lager aus Herstellerkatalogen auswählen, in denen neben den Lagergewichten auch weitere Eigenschaften des Lagers hinterlegt sind, wodurch die Berechnungen ohne Annahmen erneut durchgeführt werden können. Um die Handhabung dieses Vorauswahlprogramms zu verbessern, ist eine weitere Berechnungsmethodik entwickelt worden. Diese ermöglicht die Ausgabe von konkret nutzbaren Lagern ohne die Verwendung externer Lagerdaten, wodurch

auch auf die zuvor beschriebenen Annahmen verzichtet werden kann. Hierzu wurde eine Lagerdatenbank, die alle relevanten Herstellerangaben zu den hinterlegten Lagern enthält, in das Programm integriert. Aus dieser wird in dem Berechnungsprozess eine Liste erstellt, in der alle rechnerisch einsetzbaren Lager aufgenommen werden, die neben den hinterlegten Eigenschaften auch die lagerspezifischen Tragsicherheiten und Lebensdauern enthält. Diese Liste kann durch die zusätzliche Eingabe von geometrischen Randbedingungen noch einmal gefiltert werden, bevor sie in Form eines Textdokuments ausgegeben wird. Nach der Entwicklung sind die Verfahren zur Gewichtsabschätzung und Vorauswahl von Wälzlagern validiert und in GTab implementiert worden.

Im Bereich der Wellenvorauslegung wurde ein bestehendes Berechnungstool in GTab integriert. Dazu ist eine grafische Benutzeroberfläche erstellt worden, in der alle für die Berechnung benötigten Informationen definiert werden. Für diese Oberfläche ist anschließend ein Programm entwickelt worden, welches die eingegebenen Daten so aufbereitet, dass sie den toolspezifischen Anforderungen entsprechen. Hiermit kann dann die Wellenberechnung gestartet werden, die nach einem erfolgreichen Durchlauf Informationen über das Wellengewicht, die maximal auftretende Vergleichsspannung und die hervorgerufene Auslenkung an ausgewählten Wellenpositionen liefert. Nach der erfolgreichen Einbindung des Wellentools in GTab, sind zunächst die erzeugten Ergebnisse auf Plausibilität geprüft worden. Anschließend wurden Parameterstudien durchgeführt. Hierdurch konnten sowohl die Einflüsse der Eingangsgrößen als auch die konzeptionellen Besonderheiten des Wellentools ermittelt werden.

Die Vorentwurfsprogramme sind zum Abschluss der Arbeit dazu genutzt worden eine Gewichtsoptimierung für ein Wellen-Lager-System durchzuführen. Hierzu wurde das Wellentool mit dem ersten Wälzlagerverfahren (Gewichtsabschätzung) in GTab gekoppelt. Während der Optimierung werden der Wellenradius und die Profildicke unter Einhaltung von Randbedingungen variiert. Dieser Optimierungsprozess benötigte 850 Berechnungszyklen, was einer ungefähren Rechenzeit von 26 Tagen entspricht.

Zurzeit wird bereits vom Toolersteller an der Weiterentwicklung des Wellentools gearbeitet, um die Verknüpfung des Lagervorauswahlprogramms mit der Wellenberechnung zu ermöglichen. Hierzu wird zunächst die Ausgabedatei des Wellenberechnungstools um die resultierenden Lagerkräfte erweitert. Darüber hinaus konnten aufgrund der hier durchgeführten Arbeiten einige weiterführende Verbesserungsansätze identifiziert werden. So ließen sich bspw. in dem Lagervorauswahlprogramm die Lagerbelastungen noch detaillierter durch die simultane Betrachtung mehrerer Betriebspunkte und die Berücksichtigung des Einflusses der Lagertemperatur auf die Tragzahlen beschreiben. Bei dem Wellentool könnte die Handhabung vereinfacht werden, indem die direkte Angabe der Profildicke und eine einheitliche Positionsbeschreibung der Wellenstützpunkte in das Programm integriert werden. Auch das Wellentool selbst sollte noch einmal überprüft werden, da es bei der Optimierung zu einer Vielzahl von Berechnungsabbrüchen bei kleinen Wellendurchmessern kommt. Dieses Problem könnte durch eine verbesserte Gittererzeugung beseitigt werden, wodurch sich zusätzlich die hohe Berechnungsdauer und die Unstetigkeiten in den Spannungsberechnungen verbessern ließen.

Literatur

- [1] Peter Berster u. a. *Luftverkehrsbericht 2015 - Daten und Kommentierungen des deutschen und weltweiten Luftverkehrs*. Techn. Ber. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2006. URL: http://www.dlr.de/fw/Portaldata/42/Resources/dokumente/pdf/Luftverkehrsbericht_2015_final_291116st.pdf.
- [2] MTU Aero Engines AG. *Spitzentechnologie made by MTU*. Techn. Ber. MTU, 2016. URL: http://www.mtu.de/fileadmin/DE/7_News_Media/2_Media/Broschueren/Technologie/Spitzentechnologie_made_by_MTU.pdf.
- [3] R.-G. Becker u. a. *Development of a Gas Turbine Performance Code and its Application to Preliminary Engine Design*. Techn. Ber. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2011.
- [4] R.-G. Becker u. a. *An Integrated Method for Propulsion System Conceptual Design*. Techn. Ber. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2015.
- [5] S. Reitenbach u. a. *Optimization of Compressor Variable Geometry Settings Using Multi-Fidelity Simulation*. Techn. Ber. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2015.
- [6] Horst Haberhauer und Ferdinand Bodenstein. *Maschinenelemente - Gestaltung, Berechnung, Anwendung*. 16., bearbeitete Auflage. Springer Verlag, 2011. ISBN: 978-3-642-14289-5.
- [7] Brändlein u. a. *Die Wälzlagerpraxis - Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen*. Hrsg. von Brändlein und FAG KUGELFISCHER AG. dritte Auflage, neu überarbeitet. Vereinigte Fachverlage, 1995. ISBN: 3-7830-0290-7.
- [8] FAG. *Wälzlagerkatalog*. INA: MATNR 025100912-0000 D-D. Schaeffler Gruppe, 2006.
- [9] Herbert Wittel u. a. *Roloff/ Matek Maschinenelemente - Normung*. 20., überarbeitete und erweiterte Auflagen. Vieweg und Teubner Verlag, 2011. ISBN: 978-3-8348-1454-8.
- [10] SKF. *Bezeichnungen der Grundaussführung*. Jan. 2017. URL: <http://www.skf.com/de/products/bearings-units-housings/roller-bearings/principles/bearing-basics/basic-bearing-designation-system/basic-designations/index.html>.
- [11] Meherwan P. Boyce. *Gas Turbine Engine Handbook*. Fourth Edition. ELSEVIER und Butterworth-Heinemann, 2012. ISBN: 978-0-12-383842-1.
- [12] *Catalogue General Industry*. NTN SNR. URL: http://www.ntn-snr.com/portal/de/de-de/index.cfm?page=%2Fportal%2Fhome%2Fdocumentation#industry_10.

- [13] Willy J. G. Bräunling. *Flugzeugtriebwerke - Grundlagen, Aero- Thermodynamik, Thermische Turbomaschinen, Komponenten, Emission und Systeme*. 4. Auflage. Springer-Verlag GmbH, 2014. ISBN: 3-6423-4538-7.
- [14] B. Assmann und P.Selke. *Technische Mechanik Band 2*. 16., überarbeitete und erweiterte Auflage. Oldenbourg Wissenschaftsverlag GmbH, 2006. ISBN: 3-486-57721-2.
- [15] H. Göldner und F. Holzweissig. *Leitfaden der Technischen Mechanik: Statik · Festigkeitslehre · Kinematik · Dynamik*. 10., neubearbeitete Auflage. Steinkopff Verlag Darmstadt, 1988. ISBN: 3-7985-0757-0.
- [16] Stefan Hartmann. *Technische Mechanik*. Wiley VCH Verlag GmbH, 2015. ISBN: 3-5273-3699-0.
- [17] C.Berger u. a. *Dubbel - Taschenbuch für den Maschinenbau*. Hrsg. von W. Beitz und K.H. Grote. 20. Auflage. Springer Verlag, 2001. ISBN: 3-540-67777-1.
- [18] Walter Traupel. *Thermische Turbomaschinen - Zweiter Band - Geänderte Betriebsbedingungen, Regelung, Mechanische Probleme, Temperaturprobleme*. Springer Verlag, 1982. ISBN: 978-3-642-96633-0.
- [19] Berthold Schlecht. *Maschinenelemente 1 - Festigkeit, Wellen, Verbindungen, Federn, Kupplungen*. Parson Studium, 2006. ISBN: 9-8273-7145-7.
- [20] Herbert Wittel u. a. *Roloff/ Matek Maschinenelemente - Tabellenbuch*. 20 Auflage. Vieweg und Teubner Verlag, 2011. ISBN: 978-3-8348-1454-8.
- [21] M. C. Schwarze und Thomas Zold. *Angepasste Flugzeugkonfigurationen für die energieeffiziente Open-Rotor Integration auf zukünftigen Kurzstrecken-Verkehrsflugzeugen*. Techn. Ber. Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress, 2013. URL: <http://www.dglr.de/publikationen/2013/301447.pdf>.
- [22] ROLLS ROYCE. *The Jet Engine*. Rolls Royce Technical Publicat, 1996. ISBN: 0902121235.
- [23] Mark Daly. *Jane's Aero-Engine*. Hrsg. von Bill Gunston. ISSN: 1748-25434. Issue Thirty. Hobbs, 2011.
- [24] Berthold Schlecht, Tobias Schulze und Christian Hartmann-Gerlach. *Auslegung und Optimierung von mehrstufigen Getrieben*. Techn. Ber. TU Dresden, Drive-Concepts GmbH Dresden, 2011. URL: http://www.driveconcepts.com/info/paper_gearbox_de.pdf.
- [25] Bernd Künne. *Maschinenteile 2*. Hrsg. von Bernd Künne. 10., neu bearbeitete Auflage. Teubner B.G. GmbH, 11. Mai 2008. ISBN: 3835100920.
- [26] Herbert W. Müller. *Die Umlaufgetriebe*. 2. Auflage. Springer Verlag, 1998. ISBN: 978-3-540-63227-6.
- [27] *Europrop TP400*. Jan. 2017. URL: http://www.wikiwand.com/en/Europrop_TP400.
- [28] Schaeffler Technologies AG & Co. KG. *Werkstoffe für die Wälzlagerertechnik*. Aug. 2015. URL: http://www.schaeffler.com/remotemedien/media/_shared_media/08_media_library/01_publications/schaeffler_2/tpi/downloads_8/tpi_226_de_de.pdf.

- [29] Takashi Nishikawa, Nao Hayashi und Akkiko Hayakawa. „Technical Trend of Aircraft Bearings“. In: *NTN Technical Review* 82 (2014).
- [30] Christian Peukert. *Übung zur Empirischen Wirtschaftsforschung - V. Das Lineare Regressionsmodell*. Universität Ulm. 2010. URL: https://www.uni-ulm.de/fileadmin/website_uni_ulm/mawi.inst.150/lehre/ss10/empwifo/uebung/ew-ue5-uulm.pdf.
- [31] U. Jarecki und H.-J. Schulze. *Doppel Mathematik - Eine kompakte Ingenieurmathematik zum Nachschlagen*. Springer Verlag, 2011. ISBN: 978-3-642-22058-6.
- [32] *Wälzlager, Gleitlager, Zubehör*. Schaeffler Technologies AG & Co. KG. 2017. URL: <http://medias.schaeffler.de/medias/de!hp.ec.br.pr/?mode=calc>.
- [33] Jörg Heinrich. *Handbuch Wellenkonstruktion*. Techn. Ber. Deutsches Zentrum für Luft- und Raumfahrt, 2016.
- [34] Karsten Kömpe. „Strukturelle Eigenschaften von Eisen auf und in Kupfer, Silber und Gold“. Diss. Universität Hamburg, 2001.
- [35] Roman Slowinski u. a. *Multi-Objective Evolutionary Algorithms and MCDA*. European Working Group "Multiple Criteria Decision Aiding". 2012. URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.695.399&rep=rep1&type=pdf>.
- [36] *Dakota - Explore and predict with confidence*. National Technology und Engineering Solutions of Sandia. 2017. URL: <https://dakota.sandia.gov/>.

Anhang A

Zusätzliche Unterlagen zu den erstellten Programmen

A.1 Klassendiagramme und Eingabemasken

A.1.1 Aufbau der Klassendiagramme

Um die Vorgänge in den erstellten Programmen besser nachvollziehen zu können und einen Einblick in die Programmierlogik zu erhalten ohne dazu den gesamten Quellcode sichten zu müssen, bietet es sich an die erstellten Klassen in sogenannten Klassendiagrammen darzustellen. In diesen werden alle Variablen und Funktionen der jeweiligen Klassen mit deren Datentyp und Zugriffsrechten beschrieben. Die Zugriffsrechte werden in diesen durch:

+ : public \Rightarrow Die Funktion/ Variable kann geändert werden.

: protected \Rightarrow Die Funktion/ Variable kann nur von geerbten und der Klassen selbst geändert werden

- : private \Rightarrow Die Funktion/ Variable kann nur von der Klasse selbst geändert werden

beschrieben. In den Klassendiagrammen (vgl. Abb. A.1) wird für jede Klasse ein einzelnes Objekt erzeugt, in dessen Kopf der Klassenname eingetragen ist. In dem darun-

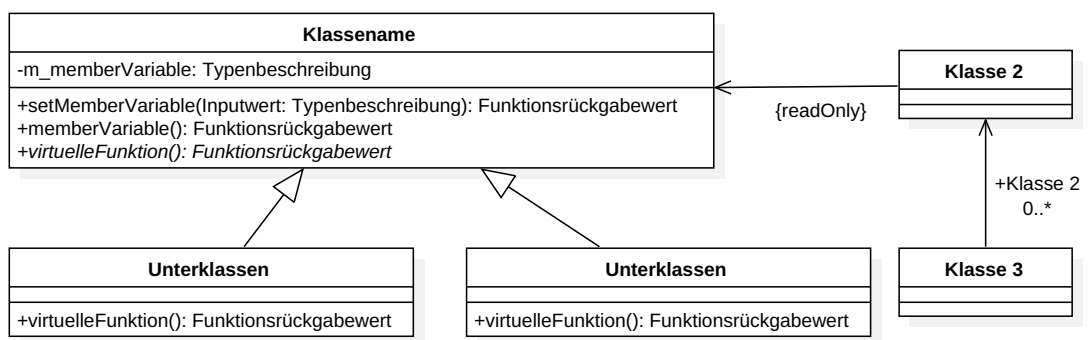


Abbildung A.1: Beispiel für ein Klassendiagramm

terliegenden Feld sind alle Membervariablen aufgelistet. Diese sind markiert durch ein "m_" vor der Bezeichnung, auf diese wird durch Getter und Setter-Funktionen zugegriffen. Neben der Bezeichnung wird ihnen eine Datentyp zugewiesen, um damit einen Rückschluss auf die darin enthaltene Größe zu ermöglichen. Im untersten Feld sind die

für diese Klasse definierten Funktionen eingetragen. Bei diesen werden die Größen, die an diese Funktion zu übergeben sind, in die hinter der Benennung befindlichen Klammern eingetragen. Die Datentypbeschreibung am Ende der Zeile (hinter dem Doppelpunkt) gibt den Datentyp an, welche die Funktion zurückgibt. Hierbei gibt der Typ void an, dass die Funktion keinen Wert zurückgibt. In dem abgebildeten Klassendiagramm ist zur Veranschaulichung eine Membervariable mit den dazugehörigen Getter- und Setter-Funktionen eingetragen, die Setter-Funktionen werden durch ein set vor der betreffenden Bezeichnung der Membervariablen gekennzeichnet, während die Getter-Funktionen nur mit der Variablenbezeichnung benannt sind. Falls mehrere Klassen mit denselben Basisaufgaben erschaffen werden sollen, können in einer Superklasse die Grundfunktionen und Variablen vordefiniert werden, welche durch die sogenannte Vererbung (gekennzeichnet durch Pfeile mit hohlem Kopf) auf die Unterklassen übertragen wird. In dieser können weitere Variablen und Funktionen hinzugefügt werden, womit sich die Funktionalität beliebig erweitern lässt. Falls in allen Unterklassen eine Funktion ausgeführt werden soll, die aber klassenspezifische Zusammenhänge beschreibt, kann in der Superklasse eine virtuelle Funktion erstellt werden, die in den Diagrammen durch kursive Schrift gekennzeichnet wird. Die normalen Pfeile beschreiben die Wechselwirkungen zwischen den Klassen, so kann eine Klasse bspw. eine andere Erzeugen oder deren Daten auslesen. So kann in dem Beispiel die Klasse 3 etwa beliebig viele Objekte der Klasse 2 erzeugen und die Klasse 3 wiederum die Daten aus der Superklasse auslesen. Mit diesen Informationen kann bereits auf die Aufgaben der Klassen geschlossen werden.

A.1.2 Gewichtsabschätzung

Die Abb. A.2 zeigt die Eingabemaske des Programms zur Lagergewichtsabschätzung in der Oberfläche von GTab. In dieser wird zuerst der Lagertyp ("Bearing Type") durch

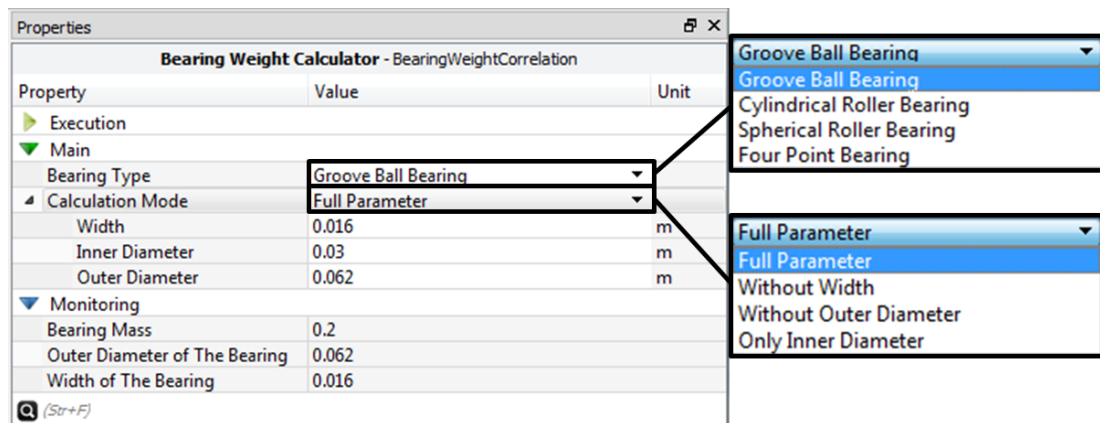


Abbildung A.2: Eingabemaske Gewichtsabschätzung

ein Dropdown-Feld festgelegt. Mit dem darunterliegenden Feld kann dann entschieden werden, welche Lagermaße zu definieren sind. Hier kann der Nutzer zwischen den Optionen die in der Tabelle A.1 aufgelistet sind wählen. Hierzu sei angemerkt, dass die Ergebnisqualität mit der Anzahl der Angaben steigt. Die im Abschnitt 3.1 erreichten $\pm 15\%$ lassen sich somit nur durch die Angabe aller drei Maße (d , D , B) erreichen.

Option	Inputwerte	Berechnete Werte
Full Parameter	d, D, B	-
Without Width	d, D	B
Without Outer Diameter	d, B	D
Only Inner Diameter	d	D, B

Tabelle A.1: Berechnungsmethoden

Je nach Option müssen für die Gewichts Berechnung verschiedene Lagergrößen abgeschätzt werden, dies erfolgt über die Gleichungen die in der Tabelle 3.4 im Unterabschnitt 3.1.5 aufgelistet sind. Durch die Wahl der Inputwerte passt sich auch die Eingabemaske automatisch an, die nicht benötigten Felder werden ausgeblendet. Unter den Eingabefeldern befinden sich die "Monitoring"-Werte, diese dienen als Ausgabe und zeigen neben der geschätzten Masse den Bohrungsdurchmesser und die Breite an, da diese je nach gewählter Einstellung geschätzt werden.

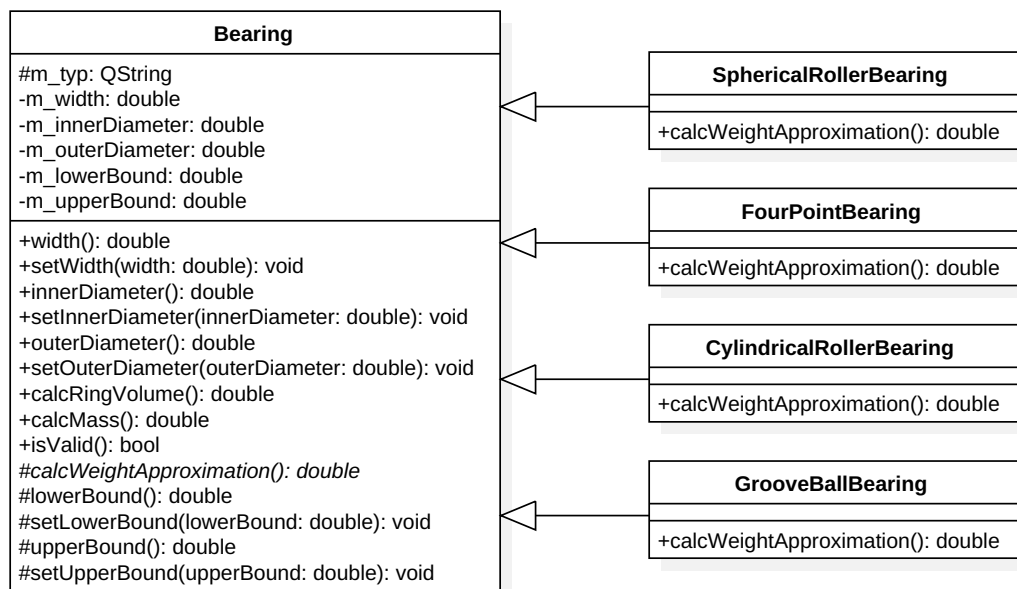


Abbildung A.3: Gewichtskorrelation Klassendiagramm

Das zur Gewichtsabschätzung erstellte Programm enthält die Superklasse "Bearing", in dem alle Variablen und Funktionen für die Berechnung hinterlegt sind. Da zur Gewichtsabschätzung nach Lagerart eine andere Gewichtskorrelation genutzt werden muss, können die vier verschiedenen Unterklassen, die hierzu hinterlegte virtuelle Funktion (calcWeighApproximation) mit den entsprechenden Zusammenhängen überschreiben. Zusätzlich definieren sie die als "protected" eingestufteten Membervariablen.

A.1.3 Lagervorauswahl

Die Abbildung A.4 zeigt die für die Lagervorauswahl erstellte Eingabemaske. Da die Vorauswahl erneut lagertypabhängig ist, wird diese Angabe als erstes definiert. Über das darunterliegende Feld kann zwischen den Berechnungsmethoden gewählt werden. Entscheidet sich der Nutzer für die reine Tragzahlberechnung, reduziert sich die Eingabe auf die Ausfallwahrscheinlichkeit, die angreifenden Lagerkräfte, die Drehzahl, die geforderte statische Tragsicherheit und die Lebensdauer. Mit diesen werden dann die Tragzahlen bestimmt und zusammen mit den äquivalenten Belastungen in den darunterliegenden "Monitoring"-Werten angezeigt. Hierbei werden alle gerade nicht genannten Größen nach der Berechnungsmethodenwahl automatisch ausgeblendet. Ist der Nutzer hingegen an konkreten Lagervorschlägen aus der internen Datenbank interessiert, erweitert sich die Eingabemaske und nimmt die Form an, die in der Abb. A.4 dargestellt ist. Neben dem verpflichtend anzugebenden Speicherort für die Ausgabedatei können optional Forderungen an die Lagergeometrie gestellt werden.

The screenshot shows a software window titled 'Properties' with a sub-header 'Bearing Preselection - BearingPreselectionLoadFactor'. It contains a table of properties and several dropdown menus. Callouts point to the following elements:

- Bearing Type:** A dropdown menu with options: Groove Ball Bearing, Groove Ball Bearing, Cylindrical Roller Bearing, Spherical Roller Bearing, Four Point Bearing.
- Choose Results:** A dropdown menu with options: Offer Bearings for Load, Load Factor and Rating, Offer Bearings for Load.
- Demand Bearing Sizes:** A dropdown menu with options: width, inner- and outer diameter, width, inner- and outer diameter, width, inner- and outer diameter, inner- and outer diameter, width and inner diameter, inner diameter, No Bearing Size Filter.
- Set Inner Diameter:** A dropdown menu with options: Maximum Value, Fix Value, Maximum Value.
- Set Outer Diameter:** A dropdown menu with options: Maximum Value, Fix Value, Maximum Value.
- Set Width:** A dropdown menu with options: Maximum Value, Fix Value, Maximum Value.
- Failure Probability of the Bearing:** A dropdown menu with options: Calculate Working Live Based on 10% Failure, Calculate Working ...sed on 50% Failure, Calculate Working ...sed on 10% Failure, Calculate Working ...ased on 5% Failure, Calculate Working ...ased on 1% Failure.

Property	Value	Unit
Execution		
Main		
Bearing Type	Groove Ball Bearing	
Choose Results	Offer Bearings for Load	
Set Output File Path	D:/devel/BearingModule/Ausgabe/Test	
Demand Bearing Sizes	width, inner- and outer diameter	
Set Inner Diameter	Maximum Value	
Inner Diameter	0.6	m
Set Outer Diameter	Maximum Value	
Outer Diameter	0.6	m
Set Width	Maximum Value	
Width	0.6	m
Failure Probability of the Bearing	Calculate Working Live Based on 10% Failure	
Bearing Force		
Maximum Radial Bearing Force	20000	N
Maximum Axial Bearing Force	500	N
Radial Bearing Operational Force	2000	N
Axial Bearing Operational Force	500	N
Other Parameter		
Structural Safty	3.5	-
Requested Working Live	3600000	s
Speed of The Shaft	3.33333333333333	1/s
Monitoring		
Static Load Factor [N]	20000	
Dynamic Load Factor [N]	2020	
Static Load Rating [N]	70000	
Dynamic Load Rating [N]	7780.5	

Abbildung A.4: Eingabemaske Lagervorauswahl

Die Lagervorauswahl ist programmtechnisch wesentlich komplexer als die Gewichtsabschätzung, weshalb auch die Klassenstruktur anwächst (vgl. Abb. A.5 und A.6). Unabhängig von der Berechnungsmethode wird noch vor der Berechnung geprüft, ob die Eingabewerte plausibel sind. Im Anschluss an die Überprüfung wird dann ein Objekt der Klasse "LoadFactor" erstellt, mit der die betroffenen äquivalenten Belastungen berechnet werden. Hier sei noch einmal darauf hingewiesen, dass diese Berechnung für Rillenkugel- und Pendelrollenlager nicht ohne Annahmen auskommt und deswegen mit dieser Klasse nur überschlägige Ergebnisse für die betroffenen Lagerarten bestimmt werden können, die für den Vorentwurf allerdings schon genügend genau sind. Mit die-

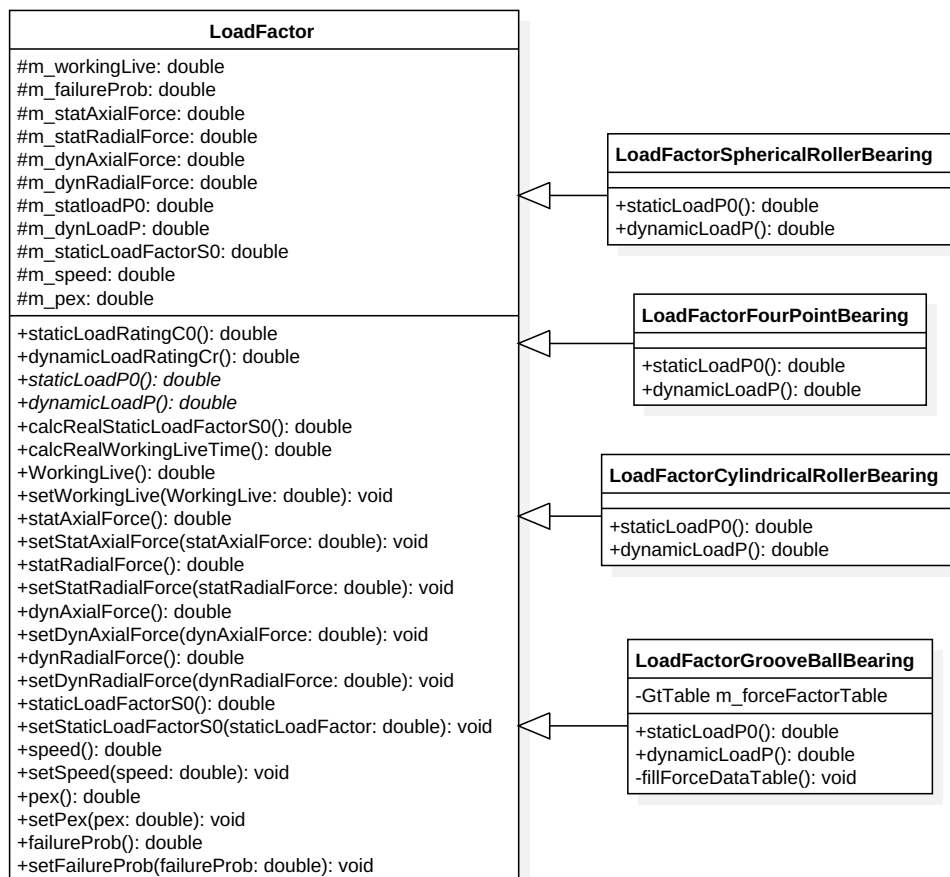


Abbildung A.5: LoadFactor - Klassendiagramm

ser Hilfsgröße werden dann die notwendigen Tragzahlen bestimmt. In dem Fall, dass keine konkreten Lager aus der vorhandenen Lagerdatenbank vorgeschlagen werden sollen, gibt das Programm die berechneten Größen aus und endet damit. Alternativ kann im Anschluss ein Objekt der Klasse "BearingDataReader" erstellt. Dieses liest den im Programm hinterlegten Datensatz des eingestellten Lagertyps ein und erstellt eine Liste, die aus Objekten der Klasse "BearingData" besteht (vgl. Klassendiagramm A.6). In den dort hinterlegten Daten sind für alle Lagertypen die Benennung, die Maße und das Gewicht gespeichert, zusätzlich sind für die Rillenkugel- und Pendelrollenlager die lagerabhängigen Hilfsgrößen e_i , X_i , Y_i enthalten, womit sich die äquivalenten Kräfte genauer bestimmen lassen. Um diese Informationen weiterverarbeiten zu können, wird aus der Klasse "BearingDataSeperator" ein Objekt erstellt. In diesem wird die Liste um die äquivalenten Belastungen und Tragzahlen erweitert, die geforderten Eigenschaften mit den Lagerdaten verglichen und eine Liste mit nutzbaren Lagern erstellt. Dieser Datensatz wird noch um die erreichten statischen Tragsicherheiten und Lebensdauern erweitert. Damit der Anwender die nutzbaren Lager mit ihren Ergebniswerten problemlos weiterverwenden kann, wird am Ende des Programms ein Objekt der Klasse "BearingDataWriter" erstellt, diese erzeugt eine Textdatei, in der die Lagerliste mit einigen weiteren Daten hinterlegt sind. Eine Beispieldatei ist im Anhang B.6 abgedruckt.

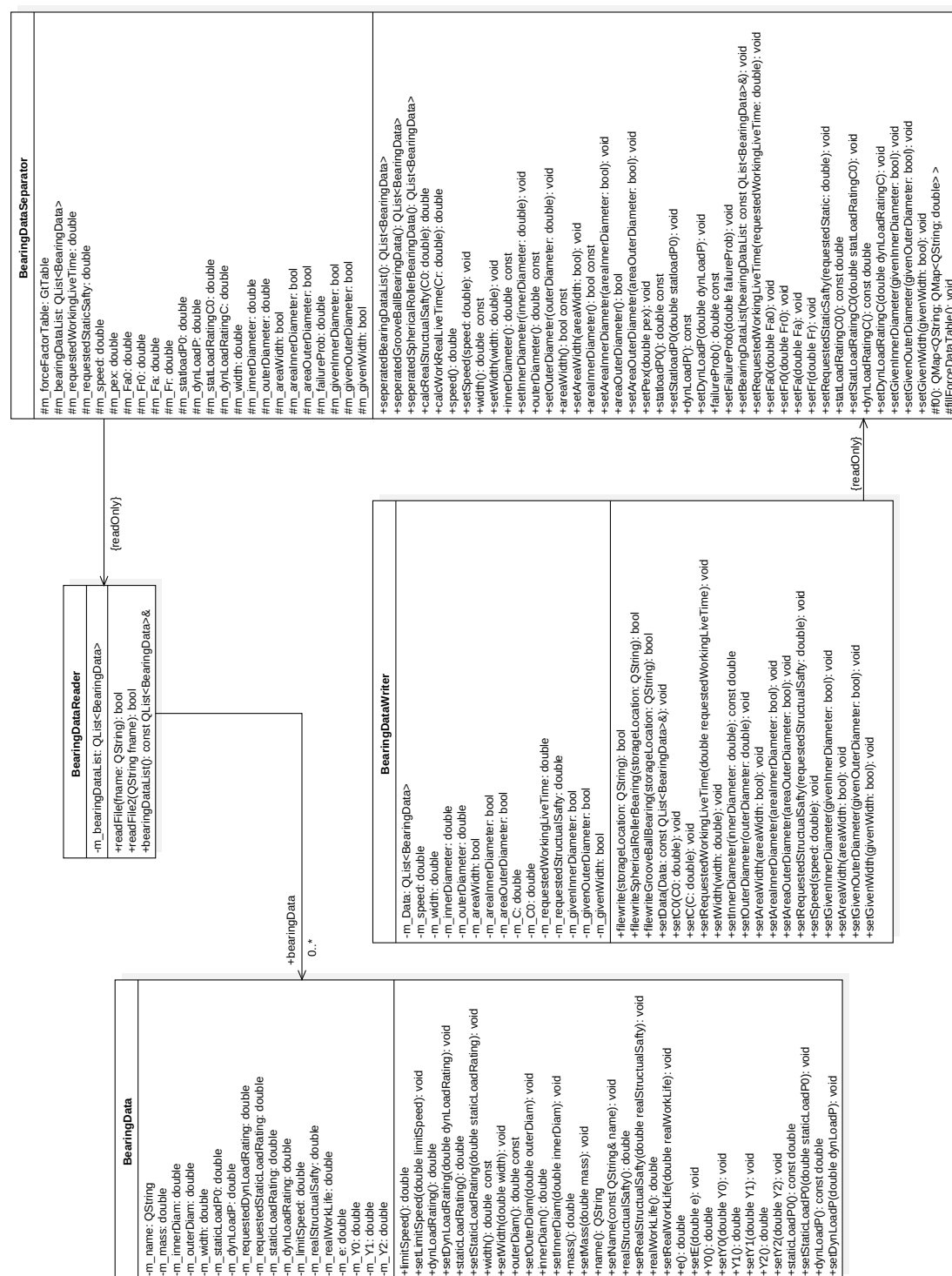


Abbildung A.6: BearingData - Klassendiagramm

A.2 Wellenauslegung

Im folgenden wird der Aufbau und die Funktion der Eingabemaske für das Wellenauslegungstools genauer erläutert. Zusätzlich werden die Einstellungen angegeben, die zur Erzeugung der Basiswelle aus der Parameterstudie (Abb. 4.5) notwendig sind.

The image displays two screenshots of the 'New Calculator Wizard' dialog box, specifically the 'Shaft Calculator' tab. The top screenshot shows the 'Station Properties' section, and the bottom screenshot shows the 'Bearing Properties' section.

Top Screenshot: Station Properties

- Shaft Stations:** Points, Bearings, Rotors, Connections. Buttons: Add Point, Add Bearing, Add Rotor, Add Connection, Delete.
- Shaft:** Shaft Name, Shaft Speed [rpm] (0,00).
- Station Properties:** Point Name, Tie Radius [m] (0,0000), Axial Position [m] (0,0000), Radial Position [m] (0,0000). ☐ Set Point As Theta Fixation. Add Point button.

Bottom Screenshot: Bearing Properties

- Shaft Stations:** Points, Bearings, Rotors, Connections. Buttons: Add Point, Add Bearing, Add Rotor, Add Connection, Delete.
- Shaft:** Shaft Name, Shaft Speed [rpm] (0,00).
- Bearing Properties:** Bearing Name, Tie Radius [m] (0,0000), Axial Position [m] (0,0000), Radial Position [m] (0,0000). **Bearing Offset:** ☒ Outside Offset, ☐ Inside Offset. Offset Bearing Position [m] (0,0000). **Bearing Options:** ☐ Fixed Bearing, ☐ Floating Bearing. ☐ Set Bearing As Theta Fixation. Add Bearing button.

Abbildung A.7: Eingabefelder für die Stützstellen Points und Bearings

Zur Erstellung einer Welle werden zuerst die Stützstellen in Form von "Points" und

"Bearings" festgelegt. Hierzu sind in der Eingabemaske zwei separate Buttons angelegt worden, der "Add Point"- und der "Add Bearing"-Knopf, die in der Mitte des Fensters platziert sind (vgl. Abb. A.7). Bei der Betätigung einer der beiden Knöpfe öffnet sich auf der rechten Seite die dazugehörigen Eingabefelder. Ein Point benötigt einen Namen, einen Tie-Radius und zusätzlich eine Positionsangabe, die dessen Lage im Mittelpunkt des Profils beschreibt. Bei den Bearings müssen grundsätzlich dieselben Eingabegrößen definiert werden, wobei die Position das Zentrum des Wälzkörpers beschreibt. Von diesem wird dann über einen Abstand (Offset) und der dazugehörigen Richtung (Inside oder Outside) die Lage der Wellenaußenkontur beschrieben. Zusätzlich muss die Lagerart (Fixed oder Floating Bearing) angegeben werden. Durch diese wird festgelegt, welche Wellenkräfte an der Bearing-Position kompensiert werden können. Nach vollständiger Definition des betreffenden Stützpunktes werden durch die Betätigung des Knopfes ("Add ..."), der unter den den Eingabefeldern positioniert ist, die hinterlegten Daten gespeichert. Jedes so hinzugefügte Element erscheint nach der erfolgreichen Erstellung unter dem zugehörigen Unterpunkt auf der linken Seite in der Bauman-sicht (Tree-View). Für die Welle, die in der Parameterstudie genutzt wurde, sind die Stützpunkte mit den Werten aus den Tabellen A.2 und A.3 definiert worden.

Name	Tie-Radius	Axial Pos.	Radial Pos.
P1	0,01	0	0,3
P2	0,01	0,3	0,25
P3	0,01	1,7	0,25
P4	0,01	2	0,3

Tabelle A.2: Point Definition

Name	Tie-Radius	Axial Pos.	Radial Pos.	Offset	Offset Pos.	Bearing
B1	0,01	0,4	0,26	Inside	0	Fixed
B2	0,01	1,6	0,26	Inside	0	Floating

Tabelle A.3: Bearing Definition

Bei all diesen Objekten kann die Eigenschaft Theta Fixierung aktiviert werden, diese fixiert die Welle gegen Verdrillung im Raum (Winkelfixierung) und gleicht somit numerische Ungenauigkeiten aus. Pro Welle darf diese Funktion nur einmal angewählt werden. Für die betrachtete Welle ist diese Eigenschaft bei dem Point "P2" aktiviert worden.

Nachdem nun die Stützpunkte definiert sind, wird die Torsionsbelastung der Welle durch die Definition von Rotorscheiben beschrieben. Hierzu wird der "Add Rotor"-Button betätigt, wodurch die benötigten Eingabefelder im rechten Teil des Fensters sichtbar werden (vgl. Abb. A.8). Die Rotorscheiben benötigen zur vollständigen Definition einen Namen, einen Point an den die Scheibe angekoppelt werden soll (Dropdown-Feld), eine Gewichtszuweisung und eine Angabe über die Höhe der dort angreifenden Torsion. Die bereits integrierte Trägheitsmatrix kann bei statischen Problemen vernachlässigt werden (mit Nullen befüllt lassen), wird aber bei dynamischen Betrachtungen relevant. Bei der Beschreibung ist darauf zu achten, dass überall dort eine

Rotorscheibe zu platzieren ist, wo eine zusätzliche Masse auf das System wirken soll (nur Gravitation) und wo Torsionen ein- oder ausgeleitet werden. Damit die Welle komplett auf Torsion beansprucht wird, sind aufgrund der "Theta Fixierung" mindestens zwei Scheiben notwendig. Die hiermit aufgeprägten Torsionen müssen für ein statisches System den selben Betrag mit unterschiedlichen Vorzeichen aufweisen. Hierbei bietet es sich an den Energiefluss als Basis zu verwenden, wodurch die Antriebsseite (Turbine) mit positiven und dem Abtrieb (Verdichter) mit negativen Größen belegt wird. Alle beschriebenen Rotorscheibeninformationen werden im Anschluss in der "rotordata.xml" hinterlegt (vgl. Quelltext B.4). Für die hier betrachtete Welle wurden die Scheiben mit den Werten aus der Tabelle A.4 erstellt.

Rotor ID	Mass	Point Assignment	Torque
R1	100	P1	2500
R2	100	P4	-2500

Tabelle A.4: Rotorscheiben Definition

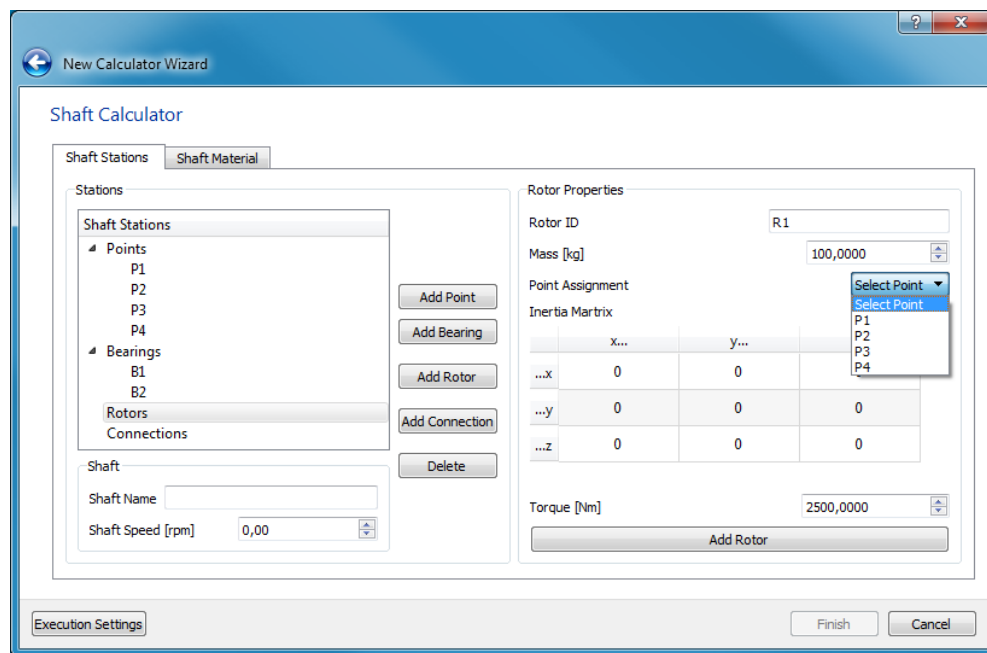


Abbildung A.8: Eingabefelder für Rotorscheiben

Die Verknüpfung der Points und Bearings zu einer Wellengeometrie geschieht über "Connections", die durch die Betätigung des "Add Connection"-Buttons hinzugefügt werden können. Auch hierdurch erscheinen die benötigten Eingabefelder auf der rechten Fensterseite. Diese Verknüpfungen benötigen einen Namen und die Angabe darüber, welche Stützpunkte miteinander verbunden werden sollen. Damit es bei der Eingabe der Namen zu keinen Übertragungsfehlern kommt, befinden sich alle Stützpunktnamen in "Dropdown"-Feldern (vgl. Abb. A.9). Für die hier betrachtete Welle müssen die Connections wie in der Tabelle A.5 definiert werden.

ID	C1	C2	C3	C4	C5	C6
Source Point	P1	P2	B1	B2	P3	P4
Target Point One	P2	P1	P2	B1	B2	B2
Target Point Two		B1	B2	P3	P4	

Tabelle A.5: Connection Definition

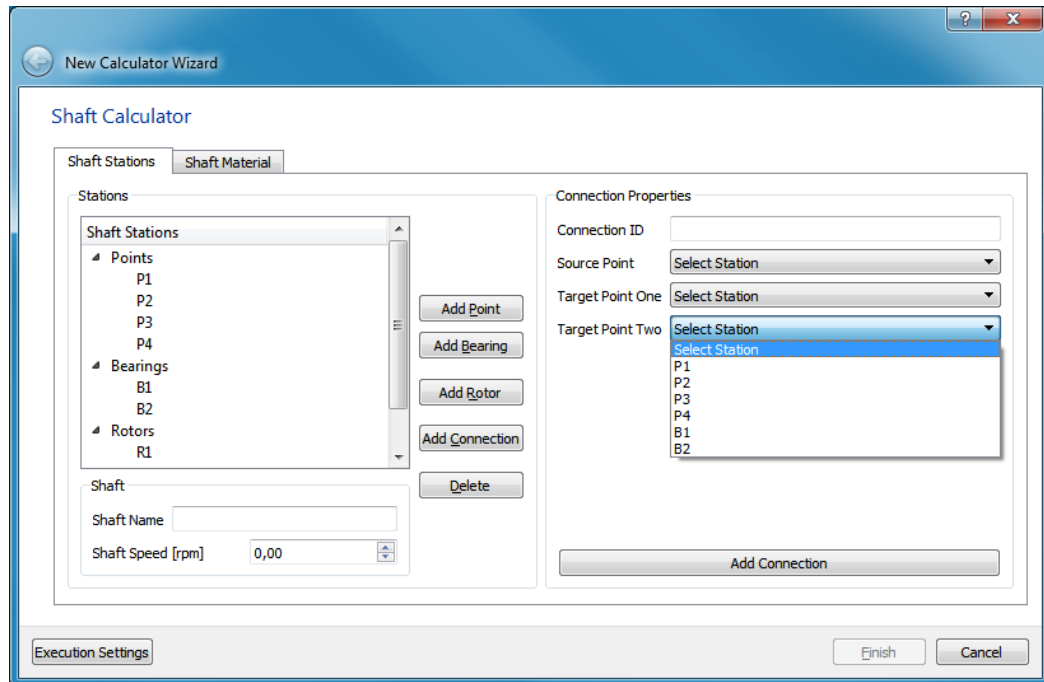


Abbildung A.9: Eingabefelder für Connections

Auch die definierten Rotorscheiben und Connections erscheinen nach der erfolgreichen Erstellung im Tree-View. Alle dort aufgelisteten Objekte lassen sich im Anschluss komfortabel verwalten und/ oder korrigieren. Hierzu muss der Nutzer lediglich den gewünschten Namen selektieren, wodurch im rechten Bereich der Eingabemaske die betroffenen Eigenschaften in den dazugehörigen Eingabefeldern erscheinen und so jederzeit geändert werden können. Zur Überschreibung der vorherigen Daten muss der "Change Data"-Button betätigt werden, welcher unter den Eingabefeldern platziert ist. Wird hingegen ein Objekts selektiert und der "Delete"-Button bedient, wird dieses gelöscht. Die Sicherung der gesamten Wellenbeschreibung geschieht über die Betätigung des Finish-Buttons, dieser ist allerdings solange inaktiv (nicht anwählbar) bis die Werkstoffangaben und die allgemeine Wellenbeschreibung vervollständigt wurde.

Die Werkstoffeigenschaften befinden sich auf dem zweiten Reiter des Wizards. Bei deren Eingabe kann zwischen der Verwendung hinterlegter Werkstoffe und einer manuellen Definition gewählt werden (vgl. Abb. A.10). Zum Abschluss der Eingabe müssen noch der Name und die Drehzahl der Welle festgelegt werden. Die hierzu notwendigen Eingabefelder befinden sich im Hauptfenster unter dem Tree-View. Für die vorliegende Welle sind die Daten des Werkstoffs "X20Cr13", eine Drehzahl von 7000 min^{-1} und als

The screenshot shows the 'New Calculator Wizard' dialog box with the 'Shaft Calculator' tab selected. The 'Material Properties' section is highlighted with a red box. A callout box shows a detailed view of the material properties for '30CrNiMo8'.

Material Properties	
Enter New Fix Material Properties	
Material Properties	
Material Name	30CrNiMo8
Temperature T [K]	0,00
Density [kg/m³]	7850,0000
Elastic Modul [N/mm²]	210000,0000
Poisson Number [-]	0,2960
Yield Strength R _{p0.2} [MPa]	1050,0000
Tensile Strength R _m [MPa]	1250,0000

Abbildung A.10: Eingabefelder für Materialeigenschaften

Name "LP" gewählt worden. Nach dieser Eingabe wird der Finish-Button freigegeben und die Wellenbeschreibung kann ohne Datenverlust abgeschlossen werden. Aus den so gesammelten Informationen werden dann insgesamt drei XML-Dateien erzeugt: die erste beschreibt das Material (vgl. Quelltext B.3), die zweite die Rotorscheiben (vgl. Quelltext B.4) und die dritte die Wellentopologie (vgl. Quelltext B.1), woraus dann die Wellenkonturbeschreibung erstellt wird (vgl. Quelltext B.5).

Zur Anbindung des Wellenauslegungstools ist hier lediglich das Klassendiagramm des Programmtails dargestellt, welches die XML-Dateien erzeugt. Auf die Darstellung der GUI wird verzichtet, da diese auf ein genormtes Grundgerüst aufgebaut ist und trägt deswegen nicht zur besseren Übersicht bei. Die mit dem Programm erstellten XML's werden in verschiedenen Ebenen aufgebaut. Für jede Ebene und jedes Element ist eine Funktion erstellt worden. Diese beginnen mit "create" und benötigen eine relativ große Anzahl an Werten. Neben den einzutragenden Größen beinhalten diese den Dokumentennamen und die Position, die das betreffende Objekt in der XML-Struktur einnimmt. Über mehrmaliges Aufrufen der Funktionen können aus diesen dann mehrere Einträge eines Objekts (bspw. Points) erzeugt werden. Die dazu notwendigen Daten werden aus der Eingabemaske übernommen. Zusätzlich sind in der Klasse einige Funktionen hinterlegt, die den Zugriff auf das Berechnungsprogramm steuern (checkTool(), runTool(), exportPath()). Da dieser Aufbau relativ unübersichtlich ist, sollte der Quellcode in Zukunft noch einmal überarbeitet werden.

	ShaftConstructor
<pre> -mn_shaftConstPath: GOpenFileNameProperty -mn_access: GAccessSelectionProperty -mn_shaftConstructorId: QString -mn_shaftConstructorVersion: QString -mn_ballBearingAxial: GDoubleMonitoringProperty -mn_rollerBearingAxial: GDoubleMonitoringProperty -mn_tieRad: GDoubleMonitoringProperty -mn_centerRadius: GDoubleMonitoringProperty -mn_torque: GDoubleMonitoringProperty -mn_processTime: GDoubleMonitoringProperty -checkTool(modelId: QString&, accessData: GAccessData&): bool -runTool(modelId: QString&, accessData: GAccessData&): bool -exportPath(): bool -createRoot(doc: QDomDocument&): QDomElement -createShaftPart(root: QDomElement&, doc: QDomDocument&, nr: int, type: QString): QDomElement -createShaftStation(shaftPart: QDomElement&, doc: QDomDocument&, stationId: QString, partId: QString, tieRadius: double, thetaFixation: bool = false): QDomElement -createShaftBearingStation(shaftPart: QDomElement&, doc: QDomDocument&, stationId: QString, partId: QString, tieRadius: double, position: bool, thetaFixation: bool = false): QDomElement -createConnection(sourceStation: QDomElement&, targetStation: QDomElement&, doc: QDomDocument&): void -createParts(root: QDomElement&, doc: QDomDocument&): QDomElement -createStationPart(parts: QDomElement&, doc: QDomDocument&, type: QString, id: QString, zposition: double, position: double, offset: double, rotAx: double): QDomElement -createBallBearingPart(parts: QDomElement&, doc: QDomDocument&, type: QString, id: QString, zposition: double, position: double, offset: double, rotAx: double, width: double): QDomElement -appendSettings(root: QDomElement&, doc: QDomDocument&, rot: double): void -createMaterialRoot(doc: QDomDocument&): QDomElement -createMaterial(root: QDomElement&, doc: QDomDocument&, shaftPart: double, materialName: QString, density: double, elasticModul: double, poissonNumber: double, yieldStrength: double, tensileStrength: double, temperature: double): void -createRotorRoot(doc: QDomElement&): QDomElement -createRotor(root: QDomElement&, doc: QDomDocument&, rotorID: QString, pointId: QString, xPosition: double, mass: double, iMxx: double, iMzz: double, torque: double, shaftPart: int, attType: QString): void -readOutputFile(path: const QString&): bool -createConstructorInput(inputPath: QString&, outputPath: QString&): bool -createRotorInput(outputPath: QString&): bool -createDummyInputs(inputPath: QString&, outputPath: QString&): bool </pre>	

Abbildung A.11: Klassendiagramm Wellenauslegungstool-Inputdatein

Anhang B

Ausführliche Validierungsergebnisse der Lagervorauswahl

Zur Validierung des Lagervorauswahlprogramms werden die erzeugten Ergebnisse mit denen eines Onlineberechnungsprogramms der Schäfflergruppe [32] abgeglichen. Hierzu wurden von jedem hinterlegtem Lagertyp mindestens ein Lager ausgewählt, welches unter drei verschiedenen Belastungssituationen berechnet wurde. Allen Lagern wurde hierbei eine Drehzahl von $n = 1000 \text{ min}^{-1}$ unterstellt. Um die aus den Berechnungen erstellten Ergebnistabellen übersichtlicher gestalten zu können, werden die Einheiten an dieser Stelle festgelegt und dementsprechend nicht noch einmal separat angetragen.

- Kräfte F_i und P_i sind in kN angegeben
- Lebensdauern L_{10h} sind in h angegeben
- Abweichungen p sind in % angegeben
- Statische Tragzahlen S_0 sind dimensionslos angegeben [-]

In den Tabellen beschreiben die Größen mit dem Index "FAG" die Ergebnisse des Berechnungstools der Schäfflergruppe, die Variablen ohne diese Erweiterung sind dem erstellten Vorauswahlprogramm zu zuweisen.

B.1 Rillenkugellager

Lager "6020": Bereits beim Testen des verwendet Onlineberechnungsprogramms [32] ist aufgefallen, dass bei den Rillenkugellagern andere dynamische Tragfähigkeiten hinterlegt sind als in dem Wälzlagerkatalog [8], welcher die Grundlage der internen Lagerdatenbank des Vorauswahlprogramms ist. Da in diesem Abschnitt die Berechnungsweise validiert werden soll und nicht die hinterlegte Datenbank, wird die Lebensdauer (L_{10h}) des Vorauswahlprogramms an die dynamische Tragzahl des Onlineberechnungsprogramm angepasst. Diese korrigierte Lebensdauer wird in den folgenden Tabellen mit der Variable $L_{10h-korrigiert}$ gekennzeichnet.

Die Tabelle B.1 zeigt, dass die Ergebnisse der beiden Programme für die dynamischen Größen nach der Anpassung der Tragzahlen bei allen Berechnungen sehr gut übereinstimmen. Bei den statischen Berechnungen fällt allerdings auf, dass für den Fall $F_a > F_r$ eine relativ große Abweichung zwischen den berechneten Ergebnissen liegt. Diese Diskrepanz ist sowohl bei der statisch äquivalenten Kraft als auch bei der Tragsicherheit zu beobachten. Da die Tragsicherheit aus der äquivalenten Kraft berechnet wird, ist der Fehler in dieser Berechnung zu suchen. Nachdem die Suche nach

Übertragungsfehlern im Quelltext des Programms erfolglos blieb, wurde der genutzte Formelsatz (vgl. Abschnitt 2.3 Tabelle 2.7) noch einmal mit verschiedenen Literaturquellen abgeglichen ([8] und [7]). Aber auch hierdurch konnten keinen neuen Erkenntnisse gewonnen werden. Um einen lagerspezifischen Fehler auszuschließen, wird ein weiteres Rillenkugellager überprüft.

F_r	F_a	P_0	P_{0-FAG}	P	P_{FAG}
4	4	4,4	4,4	8,27429	8,2819
4,0	8,0	8,8	12,5765	12,5765	12,59344
8,0	4,0	8,0	8,0	10,5143	10,5219

F_r	F_a	S_0	S_{0-FAG}	L_{10h}	$L_{10h-korrigiert}$	$L_{10h-FAG}$
4,0	4,0	12,27	12,27	6354,92	7712,52	7691
4,0	8,0	6,14	8,44	1809,77	2196,39	2187
8,0	4,0	6,75	6,75	3097,16	3758,79	3750

Tabelle B.1: Validierung der Lagervorauswahl - Rillenkugellager "6020"

Lager "6220": Für dieses Rillenkugellager wird aufgrund der vorherigen Ergebnisse der Belastungsfall $F_a > F_r$ genauer betrachtet. Hierbei ist dasselbe Resultat wie beim zuvor berechneten Lager zu beobachten. Sobald das Verhältnis von axialer zu radialer Kraft größer Eins wird, weichen die berechneten Ergebnisse voneinander ab (vgl. Tab. B.2). Ein naheliegender Grund hierfür ist, dass radiale Rillenkugellager in der Praxis nicht bei so hohen Axialkräften eingesetzt werden sollten, da bei dieser Belastung Axiallager wesentlich besser geeignet sind (Unterschied zwischen Last und Druckwinkel ist kleiner vgl. Unterabschnitt 2.1.2.3). Dementsprechend könnten die verwendeten Formeln speziell an Lagerberechnungen im Lastwinkelbereich $\beta < 45^\circ$ angepasst sein.

F_r	F_a	P_0	P_{0-FAG}	P	P_{FAG}
4,0	4,0	4,4	4,4	9,17742	9,17742
4,0	10,0	11,0	7,4	16,3727	16,37272
4,0	20,0	22,0	12,4	26,111	26,11097

F_r	F_a	S_0	S_{0-FAG}	L_{10h}	$L_{10h-korrigiert}$	$L_{10h-FAG}$
4,0	4,0	21,14	21,14	39153,1	47371,48	47370
4,0	10,0	8,46	12,57	6895,5	8342,92	8343
4,0	20,0	4,23	7,5	1700,04	2056,88	2057

Tabelle B.2: Validierung der Lagervorauswahl - Rillenkugellager "6220"

Um die erzeugten Abweichungen besser bewerten zu können, ist eine Studie durchgeführt worden, in der das betrachtete Lager mit einer fixen Radialkraft von $F_r = 4\text{ kN}$ und mit schrittweise veränderten Axialkräften belastet wurde. Die hieraus erhaltenen Ergebnisse sind in der Tabelle B.3 aufgelistet. Zusätzlich sind in dieser die prozentualen Abweichungen p der beiden Berechnungsprogramme eingetragen, wobei die Ergebnisse des Onlineberechnungsprogramms [32] als Referenzgrößen zur Ermittlung der

prozentualen Abweichungen genutzt wurden. Die hierdurch gewonnenen Ergebnisse bekräftigen die Vermutung, dass die Formel lediglich bei $F_a \leq F_r$ exakte Ergebnisse liefert.

F_a	3,0	4,0	5,0	6,0	7,0	8,0	10,0	20,0
S_0	23,25	21,136	16,909	14,091	12,078	10,568	8,455	4,227
S_{0-FAG}	23,25	21,136	18,98	17,222	15,763	14,531	12,568	7,5
p	0	-0,002	-10,911	-18,171	-23,378	-27,271	-32,726	-43,64

Tabelle B.3: Abweichung der statischen Tragzahl durch das Vorauswahlprogramm

In der Abbildung B.1 sind die Abweichungen über dem Kräfteverhältnis dargestellt. In dieser sind beide berechneten Rillenkugellager eingezeichnet. Diese zeigt, dass mit steigenden Axialkräften die Abweichungen immer stärker anwachsen. Darüber hinaus ist erkennbar, dass bei gleichem Kräfteverhältnis die Abweichungen nahezu identisch sind. Würde dieses Verhalten bei einer größer angelegten Studie dieselben Ergebnisse liefern, wäre es möglich diese Abweichungen über ein Korrekturpolynom zu kompensieren. Auf die Umsetzung wurde für den konkreten Fall verzichtet, da die betroffenen Lager bei den Belastungen gar nicht eingesetzt werden sollten und für den Fall, dass dies trotzdem geschieht, führt dies zu verringerten Tragsicherheiten. Dies entspricht im schlimmsten Fall einer konservativeren Abschätzung, weshalb es ausreicht dem Nutzer bei solchen Berechnungen durch eine Warnmeldung auf die mögliche Überdimensionierung hinzuweisen.

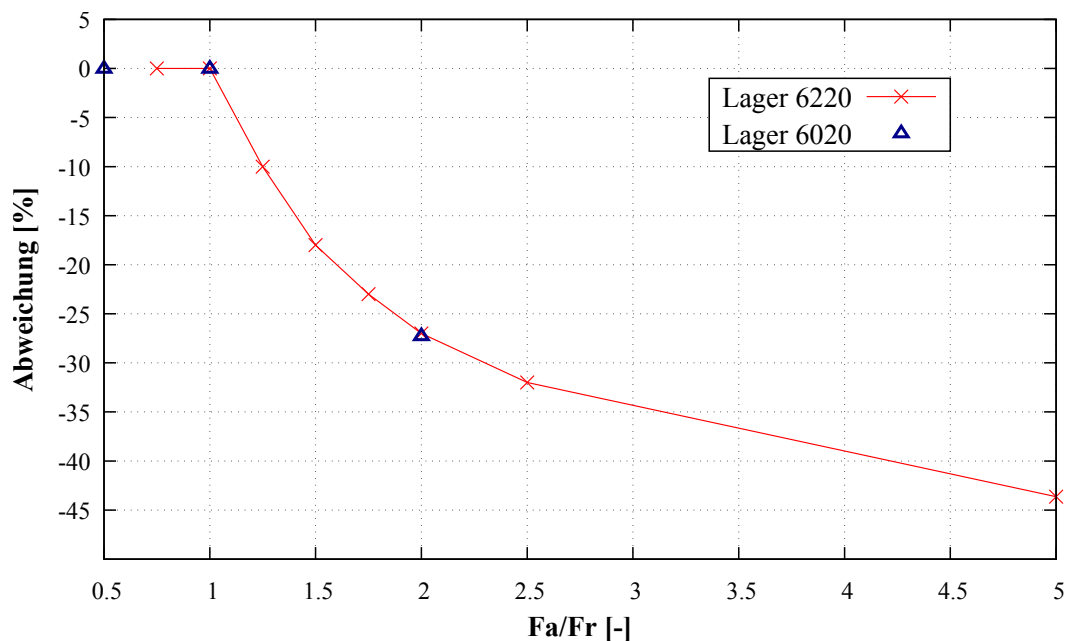


Abbildung B.1: Abweichung bei der statischen Tragsicherheit

B.2 Zylinderrollenlager

Lager "NU220-E-TVP2": Bei der Berechnung des Zylinderrollenlager ergeben beide Programme für alle drei Betriebsparameter nahezu dieselben Ergebnisse. Die Berechnung durch das erstellte Vorauswahlprogramm kann allerdings nur die radialen Kräfte berücksichtigen, weshalb diese bei allen Berechnungen auf Null gesetzt werden musste (vgl. Abschnitt 2.3).

F_r	F_a	P_0	P_{0-FAG}	P	P_{FAG}	S_0	S_{0-FAG}	L_{10h}	$L_{10h-FAG}$
22,0	n.a	22,0	22,0	22,0	22,0	13,86	13,87	95465,5	95462
52,0	n.a	52,0	52,0	52,0	52,0	5,87	5,87	5427,22	5427
82,0	n.a	82,0	82,0	82,0	82,0	3,72	3,72	1189,08	1189

Tabelle B.4: Validierung der Lagervorauswahl - Zylinderrollenlager "NU220-E-TVP2"

B.3 Pendelrollenlager

Lager "22220-E1": Für das Pendelrollenlager sind, wie bei den Rillenkugellagern, drei verschiedene Betriebspunkte berechnet worden, wobei das Verhältnis der Kraftkomponenten Werte kleiner, gleich und größer Eins annimmt.

F_r	F_a	P_0	P_{0-FAG}	P	P_{FAG}	S_0	S_{0-FAG}	L_{10h}	$L_{10h-FAG}$
10,0	10,0	37,8	37,8	49,0	49,0	12,57	12,57	23232,2	23231
10,0	20,0	65,6	65,6	91,3	91,3	7,24	7,24	2918,6	2918
20,0	10,0	47,8	47,8	55,7	55,7	9,94	9,94	15155,1	15155

Tabelle B.5: Validierung der Lagervorauswahl - Pendelrollenlager "22220-E1"

Auch für diese Lagerart liegen die errechneten Werte der Berechnungsprogramme sehr nahe beieinander und bestätigen somit die Funktionalität des entwickelten Programms.

B.4 Vierpunktlager

Lager "QJ320-N2-MPA": Das Vorauswahlprogramm erreicht auch bei den Vierpunktlagern eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Onlineberechnungsprogramm.

F_r	F_a	P_0	P_{0-FAG}	P	P_{FAG}	S_0	S_{0-FAG}	L_{10h}	$L_{10h-FAG}$
8,0	8,0	12,64	12,64	13,36	13,36	28,88	28,88	239927	239918
8,0	20,0	19,6	19,6	26,2	26,2	18,62	18,62	31812,3	31811
20,0	8,0	24,64	24,64	25,28	25,28	14,81	14,81	35413,4	35412

Tabelle B.6: Validierung der Lagervorauswahl - Vierpunktlager "QJ320-N2-MPA"

B.5 Referenzberechnungstool - Ausgabebeispiel

medias

SCHAEFFLER



Lagerbeurteilung

Berechnung / Einbauvorschlag

Datum: 2017-04-06 10:26:52

Achtung

Bitte beachten Sie die Warnungen am Ende der Druckausgabe.

Für diese Unterlage behalten wir uns alle Rechte vor, auch für den Fall der Patenterteilung oder Gebrauchsmustereintragung. Die Unterlage ist vertraulich zu behandeln. Ohne unsere schriftliche Zustimmung darf weder die Unterlage selbst, noch Vervielfältigungen davon oder sonstige Wiedergaben des vollständigen oder auszugsweisen Inhalts Dritten zugänglich gemacht werden oder durch den Empfänger in anderer Weise missbräuchlich verwertet werden. Basis der Ausarbeitung der Unterlage sind Ihre oben angeführten Vorgaben und unsere Annahmen. Unsere Angaben berücksichtigen diejenigen Risiken, die uns auf Grund der von Ihnen zur Verfügung gestellten Vorgaben erkennbar waren. Die Erarbeitung der Unterlage erfolgt ausschließlich im Zusammenhang mit dem Erwerb unserer Produkte. Die Ergebnisse der Unterlage sind sorgfältig und nach dem Stand der Technik erarbeitet, stellen jedoch im juristischen Sinne keine Beschaffenheits- oder Haltbarkeitsgarantie dar und ersetzen nicht die von Ihnen zu verifizierende Eignung. Wir haften für die Angaben in der Unterlage nur im Falle von Vorsatz und Fahrlässigkeit. Ist die Unterlage Bestandteil einer Liefervereinbarung gelten die dort vereinbarten Haftungsregeln.

Inhaltsverzeichnis

- 1 Eingaben
- 2 Ergebnisse
- 3 Warnungen

1 Eingaben

Lager:

Bezeichnung	6020	
Innendurchmesser	d	100.000 mm
Außendurchmesser	D	150.000 mm
Breite	B	24.000 mm
Dynamische Tragzahl	C	64000 N
Statische Tragzahl	C0	54000 N
Ermüdungsgrenzbelastung	Cu	2950 N
Bezugsdrehzahl	n_ref	5100.0 1/min
Grenzdrehzahl	n_lim	6100.0 1/min
Grenzdrehzahl Öl	n_lim_o	6100.0 1/min
Grenzdrehzahl Fett	n_lim_g	5200.0 1/min

Grundfrequenzfaktoren bezogen auf 60/min:

Überrollfrequenzfaktor am Außenring	BPFFO	6.5951
Überrollfrequenzfaktor am Innenring	BPFFI	8.4049
Überrollfrequenzfaktor am Wälzkörper	BSFF	4.0840
Ringkontaktfrequenzfaktor am Wälzkörper	RPFFB	8.1679
Drehzahlfaktor des Wälzkörpersatzes für drehenden Innenring	FTFF_i	0.4397
Drehzahlfaktor des Wälzkörpersatzes für drehenden Außenring	FTFF_o	0.5603

Schmierungsbedingungen:

Zulässige Schmiermittel	Öl oder Fett	
Art der Schmierung	Fett	
Fettart	GA01	
Viskosität bei 40°C	ny 40	102.0 mm²/s
Viskosität bei 100°C	ny 100	12.9 mm²/s
Verschmutzung	normale Sauberkeit	
Fremdwärmestrom	dQ/dt	0.0 kW

Sonstige Bedingungen:

Umgebungstemperatur	t	20 °C
Umgebungseinfluss	mittel	
Überlebenswahrscheinlichkeit	90 %	
Umlaufverhältnis	drehender Innenring	
Lagerluftklasse	CN	

Belastung Lastfall 1:

Zeitanteil	q	100.000 %
Drehzahl	n_i	1000.00 1/min
Art der Bewegung	rotierend	
Radiallast	Fr	4000.0 N
Axiallast	Fa	4000.0 N
Mittlere Betriebstemperatur	T	70 °C

2 Ergebnisse

Überrollfrequenzen Lastfall 1:

Überrollfrequenz am Außenring	BPFO	109.9190 1/s
Überrollfrequenz am Innenring	BPFI	140.0810 1/s
Überrollfrequenz am Wälzkörper	BSF	68.0661 1/s
Ringkontaktfrequenz am Wälzkörper	RPFB	136.1321 1/s
Drehzahl des Wälzkörpersatzes	FTF	7.3279 1/s

Lastfaktoren und Äquivalenzlasten Lastfall 1:

Äquivalente statische Belastung	P0	4400.00 N
Äquivalente dynamische Belastung	P_i	8281.90 N

Reibung und thermische zulässige Drehzahl Lastfall 1:

Drehzahlabhängiges Reibmoment	M0	209.1 N mm
Lastabhängiges Reibmoment	M1	319.7 N mm
Gesamtreibmoment	MR	528.8 N mm
Gesamtreibleistung	NR	0.06 kW
Thermisch zulässige Drehzahl	n_theta_r	3600 1/min

Schmierung Lastfall 1:

Betriebsviskosität	ny	30.4 mm²/s
Bezugsviskosität	ny1	12.7 mm²/s
Viskositätsverhältnis	kappa	2.38
Lebensdauerbeiwert	a_ISO	31.96

Wälzlagerverhalten 6020:

Statische Tragsicherheit	S0_min	12.273
Gesamtlebensdauer in Stunden (nominell)	Lh10	7691 h
Modifizierte Lebensdauer in Stunden	Lh_nm	245829 h
Maximale äquivalente statische Belastung	P0_max	4400.00 N
Äquivalente Drehzahl	n	1000.0 1/min
Äquivalente dynamische Belastung	P	8281.90 N
Unterer Richtwert für die Nachschmierfrist	tfR_min	6840 h
Oberer Richtwert für die Nachschmierfrist	tfR_max	10600 h

3 Warnungen

Die Nachschmierung sollte einmal jährlich erfolgen.

Abbildung B.2: Onlineberechnung - Ausgabebeispiel [32]

Das Onlinetool [32] berücksichtigt einige Parameter, die in dem erstellten Vorauslegungstool keine Verwendung finden. Diese haben allerdings keinen signifikanten Einfluss auf die Berechnungen der Zielgrößen, Lebensdauer und Tragsicherheit. Für die Validierung des Vorauswahlprogramms (vgl. Anhang B) sind folgende Bereiche des Dokuments von besonderem Interesse:

1. Eingabe
 - Lager \Rightarrow Lagerdaten auf denen die Berechnung beruht
 - Belastung Lastfall 1 \Rightarrow Belastung des Lagers
2. Ergebnisse
 - Wälzlagerverhalten 6020 \Rightarrow Vergleichsergebnisse

Die konkreteren Parameter die zur Validierung herangezogen wurden, sind in dem Dokument zusätzlich optisch hervorgehoben.

B.6 Lagervorauswahl - Ausgabebeispiel

Requested Parameter: n=16.6667sec^{1}	Work Live Time = 100h										Inner Diameter=0.1m										Bearing Parameters :																																																											
	Mass					Inner Diameter					Outer Diameter					Width					X					Y					Needed P					Needed C_o					Needed C_r					Reached C_o					Reached C_r					n_g					Structural Saftey					Working Live Time														
	kg					m					m					m					-					-					N					N					N					N					N					N					sec^{1}					h														
	0.31					0.1					0.125					0.013					0.56					1.21299					4400					7091.95					4400					0					22000					20000					100					5					373.802									
	0.31					0.1					0.125					0.013					0.56					1.21299					4400					7091.95					4400					0					22000					20000					56.6667					5					373.802									
	0.31					0.1					0.125					0.013					0.56					1.21299					4400					7091.95					4400					0					22000					20000					83.3333					5					373.802									
	0.956					0.1					0.15					0.024					1.42571					4400					7942.86					4400					0					44000					166.667					10					2833.2																			
	6020					1.32					0.1					0.15					0.024					0.56					1.50857					4400					8274.29					4400					0					54000					60000					158.333					6354.93									
	6020-2RSR					1.35					0.1					0.15					0.024					0.56					1.50857					4400					8274.29					4400					0					54000					60000					66.6667					12.2727					6354.93				
	6020-2Z					3.3					0.1					0.18					0.034					0.56					1.73435					4400					9177.42					4400					0					93000					122000					133.333					21.1364					39153.1				
	62020-2RSR					3.3					0.1					0.18					0.034					0.56					1.73435					4400					9177.42					4400					0					93000					122000					40					21.1364					39153.1				
	62020-2Z					3.36					0.1					0.18					0.034					0.56					1.73435					4400					9177.42					4400					0					93000					56.6667					21.1364					39153.1									
	6320					7.67					0.1					0.215					0.047					0.56					1.88806					4400					9792.24					4400					0					134000					163000					116.667					30.4545					76871.5				
	6320-2Z					7.78					0.1					0.215					0.047					0.56					1.88806					4400					9792.24					4400					0					134000					163000					30.4545					76871.5									

Abbildung B.3: Lagervorauswahltool - Ausgabebeispiel

Die Abbildung B.3 zeigt die Lagerübersicht, die von dem Lagervorauswahl-Programm erzeugt wird. Zur Erstellung dienten hierbei dieselben Eingabewerte wie bei dem Ausgabebeispiel des Onlineberechnungsprogramms (vgl. Anhang B.4), wodurch die Ermittlung der Daten zur Validierung des Vorauswahlprogramms nachvollzogen werden können (vgl. Anhang B).

Im Kopf des dargestellten Ausgabedokuments sind die wichtigsten Randbedingungen eingetragen. Darunter sind alle Lager aufgelistet, die unter den definierten Randbedingungen eingesetzt werden könnten. Hinter den Lagerbezeichnungen sind die entsprechenden Lagereigenschaften, die für den Anwendungsfall minimal notwendigen Tragzahlen, die errechneten statischen Tragsicherheiten und Lebensdauern. Die Spalte "Needed C_r" ist in dem Beispiel mit Nullen gefüllt, da zur Validierung des Vorauswahlprogramms (vgl. Anhang B) eine Tragsicherheit von Null gefordert wurde (s. hierzu Formel 2.60). Dies ist notwendig gewesen, um einen Vergleich der Programme zu ermöglichen, selbst wenn die berechneten Tragsicherheiten sehr geringe Werte annehmen.

Das Lager "6020" ist in dieser Liste hervorgehoben, da dieses in der vorhergehenden Onlineberechnung betrachtet wurde. Der Vergleich der beiden Dokumente zeigt, dass alle Werte bis auf die Lebensdauer lediglich vernachlässigbare Abweichungen aufweisen. Der Unterschied bei dieser Größe ist eine Folge daraus, dass die hinterlegten dynamischen Traggahlen der Programme nicht übereinstimmen, bei dem Onlineberechnungsprogramm ist der Wert in diesem Fall um 4000 N höher.

B.7 Dateien zur Wellenvorauslegung

Das Wellenvorauslegungstool benötigt für die Berechnung eine Reihe von Input-Daten im XML-Format. Diese werden durch ein Programm erzeugt, welches hinter der dazugehörigen Eingabemaske (vgl. Anhang A.2) liegt. Zum besseren Verständnis sind hier Beispieldateien hinterlegt, die die Welle aus der Parameterstudie beschreiben (vgl. Abb. 4.5).

B.7.1 ShaftConstructor - Inputdatei

Die Wellentopologie wird durch den Quelltext B.1 beschrieben. In diesem finden sich alle beschriebenen Eingabeparameter aus dem Abschnitt 4.3.2 wieder. Die zusätzlichen Größen beschreiben zum Teil Parameter, die zurzeit keine Verwendung in der Berechnung finden und somit nur bei etwaigen Programmiererweiterungen relevant werden (Zeilen: 38, 43, 44), aber bei der Überprüfung der Eingabedatei trotzdem vorhanden sein müssen. Die übrigen Befehle in den Zeilen 60 und 62 stellen hingegen Standardeinstellungen des Programms dar, welche im Zuge dieser Implementierung nicht verändert werden mussten.

```

1  <shaft_construction>
2    <shaftpart type="LP" nr="0">
3      <station partID="pB1" id="B1">
4        <tie_radius>0.01</tie_radius>
5        <position side="inside"/>
6        <connection targetID="P2"/>
7        <connection targetID="B2"/>
8      </station>
9      <station partID="pB2" id="B2">
10       <tie_radius>0.01</tie_radius>
11       <position side="inside"/>
12       <connection targetID="B1"/>
13       <connection targetID="P3"/>
14     </station>
15     <station partID="pP1" id="P1">
16       <tie_radius>0.01</tie_radius>
17       <connection targetID="P2"/>
18     </station>
19     <station partID="pP2" thetaFixation="true" id="P2">
20       <tie_radius>0.01</tie_radius>
21       <connection targetID="P1"/>
22       <connection targetID="B1"/>
23     </station>
24     <station partID="pP3" id="P3">
25       <tie_radius>0.01</tie_radius>
26       <connection targetID="B2"/>
27       <connection targetID="P4"/>
28     </station>
29     <station partID="pP4" id="P4">

```

```

30     <tie_radius>0.01</tie_radius>
31     <connection targetID="P3"/>
32 </station>
33 </shaftpart>
34 <parts>
35     <part type="BallBearing" id="pB1">
36         <position r="0.26" z="0.4"/>
37         <radius>0</radius>
38         <rotationAxisAngle>0</rotationAxisAngle>
39     </part>
40     <part type="RollerBearing" id="pB2">
41         <position r="0.26" z="1.6"/>
42         <radius>0</radius>
43         <rotationAxisAngle>0</rotationAxisAngle>
44         <widthTangential>0</widthTangential>
45     </part>
46     <part type="SplitPoint" id="pP1">
47         <position r="0.3" z="0"/>
48     </part>
49     <part type="SplitPoint" id="pP2">
50         <position r="0.25" z="0.3"/>
51     </part>
52     <part type="SplitPoint" id="pP3">
53         <position r="0.25" z="1.7"/>
54     </part>
55     <part type="SplitPoint" id="pP4">
56         <position r="0.3" z="2"/>
57     </part>
58 </parts>
59 <settings>
60     <baseDirectory_allFiles></baseDirectory_allFiles>
61     <rotation unit="rpm">7000</rotation>
62     <rotation_mode>closed_full</rotation_mode>
63 </settings>
64 </shaft_construction>

```

Quelltext B.1: "shaftConstructor" Input-Datei

In dem Fall, dass alle notwendigen Daten zur Wellenbeschreibung richtig und vollständig angegeben werden, wird aus der erzeugten Inputdatei (vgl. Quelltext B.1) von dem "shaftCalculator" eine Topologiebeschreibung erzeugt. Für das konkrete Beispiel wird eine Datei generiert, in der sich der Inhalt des Quelltextes B.2 befindet. In dieser sind die Konstruktionspunkte der Wellenoberfläche mit Informationen über die Nachbarkpunkte und deren Verbindungseigenschaften hinterlegt. Da diese Datei für die Implementierung lediglich kopiert und verschoben werden muss (vgl. Abschnitt 4.1) wird auf diese nicht weiter eingegangen.

```

1 <?xml version="1.0" encoding="UTF-8" standalone="yes"?>
2 <rotationalPart nr="0">

```

```

3  <points>
4    <point name="P_B11">
5      <z>0.4</z>
6      <r>0.24</r>
7    </point>
8    <point name="P_B12">
9      <z>0.4</z>
10     <r>0.26</r>
11   </point>
12   <point name="P_P21">
13     <z>0.3008248053154489</z>
14     <r>0.2599659267602972</r>
15   </point>
16   <point name="P_P22">
17     <z>0.29917519468455106</z>
18     <r>0.24003407323970283</r>
19   </point>
20   <point name="P_B21">
21     <z>1.6</z>
22     <r>0.24</r>
23   </point>
24   <point name="P_B22">
25     <z>1.6</z>
26     <r>0.26</r>
27   </point>
28   <point name="P_P31">
29     <z>1.7008248053154489</z>
30     <r>0.24003407323970283</r>
31   </point>
32   <point name="P_P32">
33     <z>1.699175194684551</z>
34     <r>0.2599659267602972</r>
35   </point>
36   <point name="P_pos_P1">
37     <z>0.0016439898730535732</z>
38     <r>0.30986393923832145</r>
39   </point>
40   <point name="P_neg_P1">
41     <z>-0.0016439898730535745</z>
42     <r>0.2901360607616785</r>
43   </point>
44   <point name="P_pos_P4">
45     <z>2.0016439898730534</z>
46     <r>0.2901360607616785</r>
47   </point>
48   <point name="P_neg_P4">
49     <z>1.9983560101269464</z>

```

```

50     <r>0.30986393923832145</r>
51   </point>
52 </points>
53 <contour type="outer">
54   <primitive type="straight">
55     <name>con_pos_from_B1_to_P2</name>
56     <point_start>P_B11</point_start>
57     <point_end>P_P22</point_end>
58     <number_edges_min>16</number_edges_min>
59   </primitive>
60   <primitive type="straight">
61     <name>con_neg_from_B1_to_P2</name>
62     <point_start>P_B12</point_start>
63     <point_end>P_P21</point_end>
64     <number_edges_min>15</number_edges_min>
65   </primitive>
66   <primitive type="straight">
67     <name>con_pos_from_B1_to_B2</name>
68     <point_start>P_B12</point_start>
69     <point_end>P_B22</point_end>
70     <number_edges_min>180</number_edges_min>
71   </primitive>
72   <primitive type="straight">
73     <name>con_neg_from_B1_to_B2</name>
74     <point_start>P_B11</point_start>
75     <point_end>P_B21</point_end>
76     <number_edges_min>180</number_edges_min>
77   </primitive>
78   <primitive type="straight">
79     <name>con_pos_from_B2_to_P3</name>
80     <point_start>P_B22</point_start>
81     <point_end>P_P32</point_end>
82     <number_edges_min>15</number_edges_min>
83   </primitive>
84   <primitive type="straight">
85     <name>con_neg_from_B2_to_P3</name>
86     <point_start>P_B21</point_start>
87     <point_end>P_P31</point_end>
88     <number_edges_min>16</number_edges_min>
89   </primitive>
90   <primitive type="straight">
91     <name>con_pos_from_P1_to_P2</name>
92     <point_start>P_pos_P1</point_start>
93     <point_end>P_P21</point_end>
94     <number_edges_min>46</number_edges_min>
95   </primitive>
96   <primitive type="straight">

```

```

97     <name>con_neg_from_P1_to_P2</name>
98     <point_start>P_neg_P1</point_start>
99     <point_end>P_P22</point_end>
100    <number_edges_min>46</number_edges_min>
101  </primitive>
102  <primitive type="straight">
103    <name>con_pos_from_P3_to_P4</name>
104    <point_start>P_P32</point_start>
105    <point_end>P_neg_P4</point_end>
106    <number_edges_min>46</number_edges_min>
107  </primitive>
108  <primitive type="straight">
109    <name>con_neg_from_P3_to_P4</name>
110    <point_start>P_P31</point_start>
111    <point_end>P_pos_P4</point_end>
112    <number_edges_min>46</number_edges_min>
113  </primitive>
114  <primitive type="straight">
115    <name>partEnd_P1</name>
116    <point_start>P_pos_P1</point_start>
117    <point_end>P_neg_P1</point_end>
118    <number_edges_min>3</number_edges_min>
119  </primitive>
120  <primitive type="straight">
121    <name>partEnd_P4</name>
122    <point_start>P_pos_P4</point_start>
123    <point_end>P_neg_P4</point_end>
124    <number_edges_min>3</number_edges_min>
125  </primitive>
126  </contour>
127 </rotationalPart>

```

Quelltext B.2: "shaftConstructor" Output-Datei

B.7.2 Wellenberechnung - Inputdateien

Das Wellenberechnungstool benötigt, neben der shaftConstructor In- und Output-Datei, eine Material- und eine Rotorscheibenbeschreibung. Die Materialdatei, die zur Erstellung der vorliegenden Welle erzeugt wurde, enthält den Quelltext B.3.

```

1  <materials>
2    <material shaftPart="0">
3      <name>X20Cr13</name>
4      <density unit="kg/m^3">7850</density>
5      <elast_mod unit="MPa">216000</elast_mod>
6      <poisson>0.3333</poisson>
7      <Rp02 unit="MPa">500</Rp02>
8      <RM unit="MPa">700</RM>

```

```

9      <temperature unit="K">300</temperature>
10    </material>
11  </materials>

```

Quelltext B.3: Material Input-Datei

Der nachfolgende Quelltext B.4 beschreibt die extern aufgeprägten Belastungen der Welle. Dies geschieht in dem Wellentool über die Rotorscheiben, die an der betrachteten Welle angebunden werden. In dieser befinden sich in der Zeile 18 und 37 die Eigenschaft "attachmentType", diese setzt fest, an welcher Position der Scheibe die Welle angebunden werden soll. Diese Option hat zurzeit noch keinen Einfluss, muss aber zum Starten des Tools definiert sein.

```

1  <rotors>
2    <rotor id="R1">
3      <x_position>0</x_position>
4      <mass unit="kg">100</mass>
5      <inertia_matrix>
6        <xx>0</xx>
7        <xy>0</xy>
8        <xz>0</xz>
9        <yx>0</yx>
10       <yy>0</yy>
11       <yz>0</yz>
12       <zx>0</zx>
13       <zy>0</zy>
14       <zz>0</zz>
15     </inertia_matrix>
16     <torque unit="Nm">2500</torque>
17     <connections>
18       <station shaftPart="0" id="P1" attachmentType="butt_joint"/>
19     </connections>
20   </rotor>
21   <rotor id="R2">
22     <x_position>2</x_position>
23     <mass unit="kg">100</mass>
24     <inertia_matrix>
25       <xx>0</xx>
26       <xy>0</xy>
27       <xz>0</xz>
28       <yx>0</yx>
29       <yy>0</yy>
30       <yz>0</yz>
31       <zx>0</zx>
32       <zy>0</zy>
33       <zz>0</zz>
34     </inertia_matrix>
35     <torque unit="Nm">-2500</torque>
36     <connections>

```

```

37     <station shaftPart="0" id="P4" attachmentType="butt_joint"/>
38   </connections>
39 </rotor>
40 </rotors>

```

Quelltext B.4: Rotorscheiben Input-Datei

B.7.3 Wellenberechnung - Outputdatei

Nach einer Berechnungszeit von etwa einer Stunde erstellt das Wellenberechnungstool eine Datei mit der Bezeichnung "MemberResults.xml", in der die wichtigsten Ergebnisse zusammengefasst werden. Die zu dieser Beispielberechnung gehörende Datei ist im Quelltext B.5 dargestellt. Zukünftig soll diese noch um die Lagerkräfte erweitert werden.

```

1 <?xml version="1.0" encoding="UTF-8"?>
2 <fem_result>
3   <stress_max type="vonMises" nodeID="1120927" unit="MPa"
4     nodeset="V_ALL">555.3594</stress_max>
5   <disk_displacement diskID="R1" unit="mm">
6     <radial>5.000860000000585E-8</radial>
7     <axial>0.2105659</axial>
8     <distance>0.21056590000000594</distance>
9   </disk_displacement>
10  <disk_displacement diskID="R2" unit="mm">
11    <radial>1.8090910000003546E-7</radial>
12    <axial>-0.6617289000000071</axial>
13    <distance>0.66172890000000247</distance>
14  </disk_displacement>
15  <disk_displacement_max diskID="R2" unit="mm">
16    <radial>1.8090910000003546E-7</radial>
17  </disk_displacement_max>
18  <weight elemset="E_ALL" unit="t">0.508973236</weight>
19 </fem_result>

```

Quelltext B.5: Wellenberechnung Output-Datei

B.8 Parameterstudie - Pythonskript

Der Quellcode, der die Automatisierung der Wellenberechnung ermöglicht, ist in der Programmiersprache Python erstellt worden. Dieser steuert aus RCE die Prozesskette in GtLab an. Durch die in RCE hinterlegten Bausteine lassen sich sowohl Parameterstudien als auch Optimierungsprozesse ohne größeren Aufwand einrichten (vgl. Abschnitt 4.5). Für beide sind in einem ersten Schritt Grenzen zu definieren, in denen die Berechnungen erfolgen. Die Optimierung und die Parameterstudie unterscheiden sich programmtechnisch erst bei der Wertevariation. In einer Parameterstudie wird nach jeder Berechnung der zu variierende Parameter um einen festen Wert erhöht, während der Optimierer selber entscheiden kann, welchen Wert er als nächstes einsetzt, um eine Zielgröße zu optimieren. Beide übermitteln die neuen Werte an das Skript, welches durch den Befehl in Zeile 9 die Werte einliest. Anschließend wird ein präpariertes Abbild des GtLab-Prozesses (MetaDaten) eingelesen (Zeile 13 und 14). In dieser werden dann die markierten Stellen durch die gewünschten Größen ersetzt (Zeile 17...29) und diese veränderten MetaDaten unter anderem Namen abgespeichert (Zeile 33...36). Im Anschluss wird die Berechnung gestartet (Zeile 39...44). Nach Durchlaufen des Prozesses werden die benötigten Ergebnisdateien eingelesen (Zeile 47...113) und an den RCE-Baustein übertragen (Zeile 116...130).

```
1  import sys, string, os

4  #path define
5  path = "D:\\GtLab-Alpha\\bin"

8  #read iterator
9  scriptInput = RCE.read_input("Input")

12 #read Input-Dummy.xml
13 currentPathIn = path + "\\InputPreStudy.xml"
14 inputFile = open(currentPathIn, 'r').read()

17 #change data in inputFile-variable
18 tieRadIn = 0.01
19 centerRadIn = 0.25
20 centerRadBearIn = centerRadIn + tieRadIn
21 axialPositionBallIn = 0.3 + scriptInput
22 axialPositionRollerIn = 1.7 - scriptInput
23 torqueIn = 2500
24 inputFile = inputFile.replace("$TieRadius$", str(tieRadIn))
25 inputFile = inputFile.replace("$AxialBall$", str(axialPositionBallIn))
26 inputFile = inputFile.replace("$AxialRoller$", str(axialPositionRollerIn))
27 inputFile = inputFile.replace("$RotTorque$", str(torqueIn))
28 inputFile = inputFile.replace("$centerRadPoint$", str(centerRadIn))
```



```
29 inputFile = inputFile.replace("$centerRadBear$", str(centerRadBearIn))

32 #write changed data in a new file
33 currentPathInputWrite = path + "\\InputPreStudyTemp.xml"
34 text_file = open(currentPathInputWrite , "w")
35 text_file.write(inputFile)
36 text_file.close()

39 #Gtlab start with the new input file
40 origWD = os.getcwd()
41 os.chdir(path)
42 currentPathGtlab = path + "\\GtlabConsole.exe_--run_InputPreStudyTemp.
    xml_output.xml"
43 os.system(currentPathGtlab)
44 os.chdir(origWD)

47 #tie radius output
48 currentPathTie = path + "\\TieRad.txt"
49 tieRadStr = open(currentPathTie, 'r').read()
50 tieRad = float(tieRadStr)

53 #center dia => create in Python
54 currentPathcenterRad = path + "\\centerRad.txt"
55 centerRadExStr = open(currentPathcenterRad, 'r').read()
56 centerRadEx = float(centerRadExStr)

59 #radial bearing position
60 currentPathAxialBall = path + "\\AxialBallPos.txt"
61 axialBallStr = open(currentPathAxialBall, 'r').read()
62 axialBall = float(axialBallStr)

64 currentPathaxialRoller = path + "\\AxialRoller.txt"
65 axialRollerStr = open(currentPathaxialRoller, 'r').read()
66 axialRoller = float(axialRollerStr)

69 #disk torque
70 currentPathTorque = path + "\\Torque.txt"
71 torqueStr = open(currentPathTorque, 'r').read()
72 torque = float(torqueStr)
```

```
75 #results:
76 #von mises stress
77 currentPathStress = path + "\\Stress.txt"
78 stressStr = open(currentPathStress, 'r').read()
79 stress = float(stressStr)

82 #displacement rot one
83 currentPathAxRotOne = path + "\\AxRot1.txt"
84 axRotOneStr = open(currentPathAxRotOne, 'r').read()
85 axRotOne = float(axRotOneStr)

87 currentPathRadRotOneStr = path + "\\RadRot1.txt"
88 radRotOneStr = open(currentPathRadRotOneStr, 'r').read()
89 radRotOne = float(radRotOneStr)
90 disR1 = ( axRotOne**2 + radRotOne**2 )**(0.5)

93 #displacement rot two
94 currentPathAxRotTwo = path + "\\AxRot2.txt"
95 axRotTwoStr = open(currentPathAxRotTwo, 'r').read()
96 axRotTwo = float(axRotTwoStr)

98 currentPathRadRotTwo = path + "\\RadRot2.txt"
99 radRotTwoStr = open(currentPathRadRotTwo, 'r').read()
100 radRotTwo = float(radRotTwoStr)
101 disR2 = ( axRotTwo**2 + radRotTwo**2 )**(0.5)

104 #shaft mass
105 currentPathWeigth = path + "\\weigth.txt"
106 weigthStr = open(currentPathWeigth, 'r').read()
107 weigth = float(weigthStr)

110 #needed Time
111 currentPathTime = path + "\\time.txt"
112 timeStr = open(currentPathTime, 'r').read()
113 time = float(timeStr)

116 # write mass output to RCE script output variable
117 RCE.write_output("axialBallScript", axialBall)
118 RCE.write_output("axialRollerScript", axialRoller)
119 RCE.write_output("centerRadScript", centerRadEx)
120 RCE.write_output("ro1AxDisplacementScript", axRotOne)
121 RCE.write_output("ro1RadDisplacementScript", radRotOne)
```

```
122 RCE.write_output("rot1DisplaceScript", disR1)
123 RCE.write_output("ro2AxDisplacementScript", axRotTwo)
124 RCE.write_output("ro2RadDisplacementScript", radRotTwo)
125 RCE.write_output("rot2DisplaceScript", disR2)
126 RCE.write_output("rotorMassScript", weigth)
127 RCE.write_output("stressScript", stress)
128 RCE.write_output("tieRadScript", tieRad)
129 RCE.write_output("torqueScript", torque)
130 RCE.write_output("NeededTimeScript", time)
```

Quelltext B.6: Pythonquelltext zur Automatisierung der Parameterstudien